

PACK CHAPITRE · UNE HISTOIRE DU VIVANT

Prévoir la population

Combien serons-nous demain ? Pour le prévoir, on traduit la démographie en **mathématiques** : des **suites**, un modèle - celui de **Malthus** - et ses limites.



1 Trois parties, une vraie progression

Cours clair, repères à retenir, méthodes pas à pas, QCM de tête, exercices corrigés. On apprend à reconnaître le bon modèle, à manier les suites, puis à appliquer Malthus.

2 « Les erreurs qui coûtent des points »

Dans chaque partie, les confusions à éviter dans le chapitre, en $X / \checkmark$, avec le réflexe qui les évite. Et le barème d'une question type, décrypté sur un exemple.

3 Rien que le programme officiel

Les savoir-faire exigibles du chapitre, et pas un de plus. **Un chapitre où l'on met des mathématiques simples au service de la démographie.**

4 L'essentiel pour réviser

Le formulaire du chapitre, écrit en phrases complètes, et la page anti-copie-blanche : « si la question demande ceci, voici ce que ta copie doit contenir ».

3

parties
progressives

12

exercices corrigés
pas à pas

12

repères
à retenir

6

méthodes
pas à pas

Conforme au programme d'enseignement scientifique de terminale générale - B.O. n° 25 du 22 juin 2023, thème 3 « Une histoire du vivant », partie 3.4 « Les modèles démographiques ». Un test de positionnement en page 4 t'indique par quelle partie commencer.

« Un modèle ne dit pas l'avenir :
il dit ce qui arriverait si rien ne changeait. »

Génies des Sciences

Méthodes & entraînement · Lycée
www.geniesdessciences.com



3 Par quelle partie commencer ?

CORRIGÉ FERMÉ

Seize questions sur les trois parties. Réponds **sur une feuille**, sans regarder les réponses. Ce test ne te note pas : il te dit seulement **par où commencer**.

01 La variation absolue d'un pas au suivant, c'est :

- a** $u_{n+1} - u_n$ **b** $u_{n+1} \times u_n$

02 La variation relative (le taux), c'est :

- a** $\frac{u_{n+1} - u_n}{u_n}$ **b** $u_{n+1} - u_n$

03 Si la variation **absolue** est presque constante, le modèle est :

- a** linéaire **b** exponentiel

04 Si la variation **relative** est presque constante, le modèle est :

- a** linéaire **b** exponentiel

05 Un nuage de points alignés évoque :

- a** une droite **b** une exponentielle

06 Une croissance exponentielle se modélise par une suite :

- a** arithmétique **b** géométrique

07 Dans une suite arithmétique, d'un terme au suivant :

- a** on ajoute r **b** on multiplie par q

08 Dans une suite géométrique, d'un terme au suivant :

- a** on ajoute r **b** on multiplie par q

09 La forme explicite arithmétique est :

- a** $u_n = u_0 + n r$ **b** $u_n = u_0 q^n$

10 La forme explicite géométrique est :

- a** $u_n = u_0 + n r$ **b** $u_n = u_0 q^n$

11 Une suite géométrique de raison $q > 1$ croît :

- a** de plus en plus vite **b** en ligne droite

12 Le modèle de Malthus est un modèle :

- a** linéaire **b** exponentiel

13 Le taux d'accroissement t vaut :

- a** natalité – mortalité **b** natalité $\times$ mortalité

14 Si la natalité dépasse la mortalité, la population :

- a** croît **b** décroît

15 Si la mortalité dépasse la natalité, la population tend vers :

- a** 0 **b** l'infini

16 Le temps de doublement d'une croissance exponentielle est :

- a** constant **b** toujours croissant

QUESTIONS	PARTIE	SI TU EN RATES UNE...
1 à 6	1	reconnaître un modèle linéaire ou exponentiel
7 à 11	2	les suites arithmétiques et géométriques
12 à 16	3	le modèle de Malthus et le temps de doublement

✓ Où sont les réponses

Elles ne sont pas sur cette page : tu les trouveras en tête des corrigés, **page 25**. Réponds d'abord aux seize questions, puis compare.

★ Comment lire ton résultat

14 à 16 : enchaîne les trois parties dans l'ordre.

9 à 13 : commence par les parties où tu as raté une question, puis reprends les autres.

8 ou moins : fais les trois parties dans l'ordre. Le pack est construit pour ce parcours complet.

? D'où viennent ces questions

Chaque question correspond à une **capacité exigible** du programme.



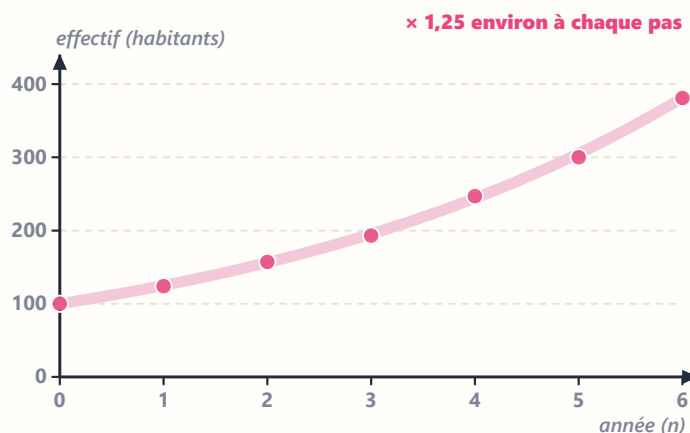
variation absolue $\approx$ constante → nuage en droite → suite arithmétique

Se retrouve à partir de R1 : si la population monte de la même hauteur à chaque pas, les points s'alignent. On **ajoute** le même nombre à chaque pas.

3 Le modèle exponentiel

COURS

Quand la **variation relative** est presque constante - on gagne à peu près le même pourcentage chaque année - le nuage de points évoque la **courbe d'une exponentielle**. On modélise alors par une **suite géométrique** : c'est le **modèle exponentiel**.



Variation relative presque constante : le nuage suit une exponentielle (modèle exponentiel)

variation relative $\approx$ constante → nuage en exponentielle → suite géométrique

Se retrouve à partir de R2 : si le taux ne bouge pas, chaque pas ajoute une part de plus en plus grande, donc la montée s'accélère. On **multiplie** par le même facteur à chaque pas.

4 Les méthodes, pas à pas

MÉTHODE

1 Choisir entre linéaire et exponentiel

1 Je calcule les variations absolues

$u_{n+1} - u_n$ d'un pas au suivant.

2 Je calcule les variations relatives

en divisant par l'effectif de départ.

3 Je regarde laquelle est constante

car l'absolue donne le linéaire, la relative l'exponentiel.

L'EXEMPLE RÉDIGÉ

Sur quatre relevés - 800 habitants, 845 habitants, 890 habitants, 935 habitants - les variations absolues valent +45 habitants, +45 habitants et +45 habitants : elles ne bougent pas, alors que les variations relatives, elles, diminuent ($\frac{45}{800} = 0,056$ puis $\frac{45}{890} = 0,051$). C'est donc le **modèle linéaire**.



Exercice 1 Absolue et relative



Une ville passe de 100 à 120 habitants en un an.

1. Calculer la variation absolue sur cette année.
2. Calculer la variation relative (le taux d'évolution), en pourcentage.
3. Ces deux nombres décrivent-ils la même chose ? Expliquer.
4. Si, l'année suivante, on ajoute encore 20 habitants, le taux reste-t-il de 20 % ?

Exercice 2 Quel modèle ? (1)



On relève l'effectif d'une population, chaque année.

EFFECTIFS RELEVÉS					
ANNÉE n	0	1	2	3	4
EFFECTIF (HABITANTS)	200	260	320	380	440

1. Calculer les variations absolues d'une année à l'autre.
2. Ces variations absolues sont-elles à peu près constantes ?
3. En déduire le modèle le mieux adapté.
4. Quelle suite modélise cette population ?

Exercice 3 Quel modèle ? (2)



On relève une autre population, chaque année.

EFFECTIFS RELEVÉS				
ANNÉE n	0	1	2	3
EFFECTIF (HABITANTS)	100	150	225	338

1. Calculer les variations absolues : sont-elles constantes ?
2. Calculer les variations relatives (taux) : sont-elles constantes ?
3. En déduire le modèle le mieux adapté.
4. Quelle suite modélise cette population ?



✓ Les réponses du test de positionnement

TEST DE LA PAGE 4

Voici les réponses des seize questions du test de la page 4. Compte tes bonnes réponses, puis relis le tableau « si tu en rates une... » de cette même page : il t'indique la partie à reprendre en priorité.

✓ Test de positionnement, questions 1 à 16

1. a - 2. a - 3. a - 4. b - 5. a - 6. b - 7. a - 8. b - 9. a - 10. b - 11. a - 12. b - 13. a - 14. a - 15. a - 16. a



Comment lire un corrigé

Chaque réponse est rédigée comme sur une copie, et la colonne de droite dit ce que le correcteur cherche à cet endroit. Quand ta réponse diffère de la mienne, regarde d'abord ce qui manque : le raisonnement, ou seulement l'écriture - la formule posée avant les nombres, le mot **habitants** après chaque valeur y compris dans une fraction, la phrase de conclusion. Les deux se corrigent, mais pas de la même façon.

✓ Corrigés détaillés

EXERCICES 1 À 12

La rédaction modèle est à gauche, les remarques du correcteur à droite. Pour chaque calcul, écris d'abord la formule (variation, forme explicite), puis remplace par les nombres, en gardant le mot après chaque valeur.

Exercice 1 ★ Absolue et relative

- La variation absolue est la différence entre l'effectif d'arrivée et l'effectif de départ :
 $120 \text{ habitants} - 100 \text{ habitants} = \boxed{20 \text{ habitants}}$. La ville a gagné 20 habitants en un an.
- La variation relative est cette variation absolue divisée par l'effectif de départ :
 $\frac{20 \text{ habitants}}{100 \text{ habitants}} = 0,20$, soit $\boxed{20 \%}$. Les habitants se simplifient : un taux n'a pas d'unité.
- Non, les deux nombres ne décrivent pas la même chose. La variation absolue est un nombre d'habitants ; la variation relative est une proportion, qui compare ce gain à la taille de la population qui l'a produit.
- Non. L'effectif de départ n'est plus le même : il vaut maintenant 120 habitants. Le taux devient $\frac{20 \text{ habitants}}{120 \text{ habitants}} \approx 0,167$, soit environ $\boxed{16,7 \%}$. Le même ajout sur une population plus grande donne un taux plus petit.

Diviser par le départ

Le taux se calcule toujours en divisant par l'effectif de **départ** : à même hausse, le taux n'est pas le même.

Exercice 2 ★★ Quel modèle ? (1)

- D'un relevé au suivant : $260 - 200 = +60$ habitants, $320 - 260 = +60$ habitants, $380 - 320 = +60$ habitants, $440 - 380 = +60$ habitants.
- Oui, ces quatre variations absolues sont $\boxed{\text{constantes}}$: elles valent toutes +60 habitants.
- C'est la variation **absolue** qui est constante, donc le modèle à retenir est le **modèle linéaire** : le nuage de points s'aligne sur une droite.
- Une **suite arithmétique** de premier terme $u_0 = 200$ habitants et de raison $r = 60$ habitants, soit $u_n = 200 \text{ habitants} + 60 \text{ habitants} \times n$.

Absolue constante

Quand c'est la variation **absolue** qui ne bouge pas, le modèle est linéaire, et le nuage suit une droite.

