SECONDE

PACK CHAPITRE · MATHÉMATIQUES

Multiples, diviseurs et parité

Multiples et diviseurs dans $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$, pair et impair, démonstrations, implication, réciproque, contraposée, fractions irréductibles et algorithmes en Python : **les capacités du nouveau programme sur ces notions.**



1 Quatre parties, du plus simple au plus complet

Chaque partie contient le cours, des méthodes pas à pas, un QCM express à faire de tête et des exercices corrigés. On part des multiples et des diviseurs, et l'on termine sur deux sujets complets qui traversent tout le chapitre.

2 Démontrer, pas seulement vérifier

Trois exemples ne prouvent rien sur une infinité d'entiers. Ce pack t'apprend à écrire un entier avec une lettre, à rédiger **les deux démonstrations du programme**, et à réfuter une affirmation fausse par un contre-exemple.

3 Le nouveau programme, au mot près

Le programme de seconde a changé à la rentrée 2026. Ce pack suit le nouveau texte : ses deux démonstrations, ses deux algorithmes, et le vocabulaire du raisonnement, travaillé sur les entiers. Les nombres premiers, vus au collège, ne figurent plus au programme de seconde : ce pack s'en sert seulement comme d'un outil.

4 L'essentiel pour réviser

Le formulaire réunit les dix-huit cartes du pack, et les pages de plans de réponse montrent ce que ta copie doit contenir pour chaque type de question. Tu peux photographier ces pages et les relire avant le contrôle.

4	16	18	11
parties progressives	exercices corrigés pas à pas	cartes de cours	méthodes pas à pas

Conforme au programme de **mathématiques de seconde générale et technologique** - arrêté du 26 février 2026, B.O. n° 14 du 2 avril 2026, en vigueur depuis la rentrée 2026. Partie « Nombres et calculs, algèbre », section « **Arithmétique** » : notations $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$, multiples, diviseurs, nombres pairs et impairs, problèmes, fractions irréductibles, les deux démonstrations et les deux algorithmes ; avec, en situation, le vocabulaire de la partie « Vocabulaire ensembliste et logique ». Les nombres réels et le calcul littéral ont chacun leur pack. Un test de positionnement en page 3 t'indique par où commencer.

« Des exemples ne démontrent pas une propriété vraie pour tout entier ; un seul contre-exemple suffit pour la réfuter. »

Génies des Sciences
Méthodes & entraînement · Lycée
www.geniesdessciences.com

3 Par quelle partie commencer ?

CORRIGÉ FERMÉ

Ces seize questions balaient les quatre parties de ce pack. Réponds **sur une feuille**, sans calculatrice et sans regarder les réponses. **Si tu hésites, laisse la ligne vide** plutôt que de répondre au hasard : c'est normal d'en laisser plusieurs la première fois. Ce test ne te note pas : il te dit seulement **par où commencer si tu ne peux pas tout reprendre**.

01 Le nombre 91 est :

a un diviseur de 7 — b un multiple de 7 — c ni l'un ni l'autre

02 Le nombre de diviseurs positifs de 12 est :

a 4 — b 12 — c 6

03 L'affirmation vraie est :

a $-4 \in \mathbb{N}$ — b $2\,016$ est divisible par 9 — c $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$

04 En Python, `47 % 6` renvoie :

a `7` — b `41` — c `5`

05 Pour un entier k, le nombre $2k+1$ est :

a toujours pair — b toujours impair — c pair ou impair, selon k

06 La somme de deux entiers impairs est :

a toujours paire — b toujours impaire — c paire ou impaire, selon les nombres

07 Si $m = 7k$ et $n = 7j$, avec k et j entiers, alors $m+n$ est égal à :

a $7kj$ — b $14(k+j)$ — c $7(k+j)$

08 Le développement de $(2k+1)^2$ est :

a $4k^2+1$ — b $4k^2+4k+1$ — c $2k^2+2k+1$

09 Pour montrer que l'affirmation « tout multiple de 3 est impair » est fausse, il suffit :

a d'un multiple de 3 impair, comme 9

b d'un multiple de 3 pair, comme 6

c de vérifier dix multiples de 3

10 Dans les questions 10 à 12, n désigne un entier. La réciproque de « si n est un multiple de 4, alors n est pair » est :

a si n est pair, alors n est un multiple de 4

b si n est impair, alors n n'est pas un multiple de 4

c si n n'est pas un multiple de 4, alors n est impair

11 La contraposée de cette même implication est :

a si n n'est pas un multiple de 4, alors n est impair

b si n est pair, alors n est un multiple de 4

c si n est impair, alors n n'est pas un multiple de 4

12 La négation de « n est pair et n est un multiple de 3 » est :

a n est impair et n n'est pas un multiple de 3

b n est impair ou n n'est pas un multiple de 3 — c n est impair

13 La forme irréductible de $\dfrac{18}{24}$ est :

a $\dfrac{9}{12}$ — b $\dfrac{6}{8}$ — c $\dfrac{3}{4}$

14 La somme $\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{6}$ est égale à :

a $\dfrac{1}{2}$ — b $\dfrac{2}{9}$ — c $\dfrac{2}{6}$

15 La fraction irréductible est :

a $\dfrac{14}{21}$ — b $\dfrac{22}{33}$ — c $\dfrac{15}{28}$

16 Deux phares s'allument ensemble, puis l'un toutes les 6 secondes, l'autre toutes les 9 secondes. Ils se rallument ensemble pour la première fois au bout de :

a 3 secondes — b 18 secondes — c 54 secondes

QUESTIONS	PARTIE	SI TU EN RATES UNE, OU LA LAISSES VIDE, REVOIS…
01, 02, 03, 04	1	$\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$, les multiples et les diviseurs, les critères et le reste en Python
05, 06, 07, 08	2	les écritures $2k$ et $2k+1$, la parité et les deux démonstrations
09, 10, 11, 12	3	le contre-exemple, la réciproque, la contraposée et la négation
13, 14, 15, 16	4	les fractions irréductibles, les calculs de fractions et les problèmes

Comment lire ton résultat

Les réponses sont en tête des corrigés, page 30 : ne les consulte qu'une fois tes seize lignes remplies ou laissées vides. Compte tes réponses justes ; une ligne vide ne compte pas.

De 14 à 16 justes : revois la partie de chaque question manquée, puis fais les exercices 4, 8, 12 et 16 et les deux sujets. **De 9 à 13 justes :** commence par les parties où tu as une question fausse ou vide, puis fais les exercices ★★★ des autres parties et les deux sujets. **8 justes ou moins :** fais les quatre parties dans l'ordre.

On range 47 œufs dans des boîtes de 6. On remplit 7 boîtes, et il reste 5 œufs, trop peu pour remplir une boîte de plus : $47 = 6 \times 7 + 5$, avec $5 < 6$.



7 boîtes pleines : $7 \times 6 = 42$ œufs — reste : 5

La division euclidienne de 47 par 6 : le quotient 7 compte les boîtes pleines, le reste 5 compte les œufs qui restent.

F5 LA DIVISION EUCLIDIENNE — PAR CŒUR

Soit a un entier naturel et b un entier naturel non nul. Il existe un unique entier naturel q et un unique entier naturel r tels que $a = bq + r$ et $0 \leqslant r < b$. Le nombre q est le quotient et r est le reste de la division euclidienne de a par b. Le reste est nul exactement quand a est un multiple de b.

La condition $0 \leqslant r < b$ compte : l'égalité $47 = 6 \times 6 + 11$ est juste, mais 11 n'est pas le reste, car $11 > 6$: on peut encore ôter 6 une fois, comme on remplissait une boîte de plus avec les œufs. Avec un reste nul, comme dans $42 = 6 \times 7 + 0$, la division tombe juste et 42 est un multiple de 6. Le produit bq est le plus grand multiple de b inférieur ou égal à a, et le multiple suivant, $b(q+1)$, dépasse a : pour 47 et 6, ce sont 42 et 48. Le mot « euclidienne » vient d'Euclide, mathématicien grec de l'Antiquité, dont les *Éléments* consacrent plusieurs livres aux nombres entiers. Ce résultat est admis : tu l'as utilisé au collège chaque fois que tu as posé une division.

Trouver un jour de la semaine. Les jours de la semaine reviennent tous les 7 jours. On est lundi : quel jour serons-nous 45 jours plus tard ? La division euclidienne de 45 par 7 donne $45 = 7 \times 6 + 3$: 6 semaines complètes ramènent au lundi, et les 3 jours qui restent mènent au jeudi. On avance donc du reste de la division par 7 ; d'une année à la suivante, on avance du reste de la division par 7 du nombre de jours de l'année.

Le conseil du prof

Pour prouver que a est un multiple de b, **une seule égalité suffit**, à condition d'écrire que le facteur est entier : « $143 = 11 \times 13$, avec 13 entier ». Pour prouver qu'il n'en est pas un, écris la division euclidienne avec son reste non nul : c'est elle qui montre que la division ne tombe pas juste.



4 Les méthodes, pas à pas

MÉTHODE

1 Montrer qu'un entier est, ou n'est pas, un multiple d'un autre

1. **Je cherche le quotient de tête, avec un critère ou par une division.**
   Pour savoir si a est un multiple de b, je divise a par b.
2. **Si la division tombe juste, j'écris l'égalité $a = kb$, et je précise que k est un entier.**
   C'est la définition de la carte F2 : l'égalité est la preuve.
3. **Sinon, j'écris la division euclidienne, avec son reste non nul.**
   Le nombre a est alors strictement entre deux multiples de b qui se suivent : $bq < a < b(q+1)$, car $0 < r < b$. Ce n'est donc pas un multiple de b.
4. **Je conclus par une phrase.**
   « 91 est un multiple de 7 », ou « 7 ne divise pas 92 ».

L'EXEMPLE RÉDIGÉ

Les nombres 91 et 92 sont-ils des multiples de 7 ?

$91 = 7 \times 13$, avec 13 entier : 91 **est un multiple de 7.**

$92 = 7 \times 13 + 1$, avec $0 < 1 < 7$: le reste n'est pas nul. On a $91 < 92 < 98$, et 91 et 98 sont deux multiples de 7 qui se suivent. 92 **n'est pas un multiple de 7.**

Avec un critère, la preuve tient en une ligne : $1\,035$ se termine par 5, donc $1\,035$ **est un multiple de 5**, et en effet $1\,035 = 5 \times 207$, avec 207 entier.

8 Exercices

DU PLUS SIMPLE AU PLUS COSTAUD

Exercice 1 — Multiples et diviseurs

★☆☆

1. On sait que $96 = 8 \times 12$. Compléter avec « un multiple » ou « un diviseur » : « 96 est … de 8 » et « 12 est … de 96 ».
2. Le nombre 132 est-il un multiple de 11 ? Justifier avec la définition.
3. Le nombre 7 divise-t-il 98 ? Et 100 ? Justifier.
4. Donner tous les multiples de 13 compris entre -30 et 60. Lesquels appartiennent à $\mathbb{N}$?
5. Vrai ou faux ? Justifier. a) « 1 est un diviseur de $2\,027$ » ; b) « 0 est un multiple de 13 » ; c) « -6 est un diviseur de 24 ».

Exercice 2 — Tous les diviseurs

★☆☆

1. Trouver tous les diviseurs positifs de 48, puis tous ceux de 60.
2. En déduire les diviseurs positifs communs à 48 et à 60, et le plus grand d'entre eux.
3. Trouver tous les diviseurs positifs de 37. Combien en a-t-il ?
4. Combien le nombre 49 a-t-il de diviseurs positifs ? Expliquer pourquoi on en trouve un nombre impair.

Exercice 3 — Critères et division euclidienne

★★☆

1. Recopier et compléter le tableau par « oui » ou « non », en utilisant les critères de divisibilité.

DIVISIBLE PAR…	2	3	5	9	10
$2\,340$					
$1\,215$					
$4\,812$					
$7\,004$					

2. Effectuer la division euclidienne de $2\,026$ par 7. Le nombre $2\,026$ est-il un multiple de 7 ?
3. En déduire le plus grand multiple de 7 inférieur ou égal à $2\,026$, puis le plus petit supérieur ou égal à $2\,026$.
4. On distribue 52 cartes à 6 joueurs, autant à chacun et le plus possible ; le reste forme la pioche. Combien de cartes reçoit chaque joueur, et la pioche ?
5. Combien y a-t-il de multiples de 6 de 1 à 100 ? Et de 50 à 100 ?
6. Le 1^{er} novembre 2026 est un dimanche. Quel jour de la semaine est le 1^{er} décembre 2026, 30 jours plus tard ?

Exercice 4 — Les deux algorithmes, en Python

★★★

1. Que renvoient `est_multiple(2026, 7)` et `est_multiple(2023, 7)` (section 5) ? Justifier.
2. On appelle `plus_grand_multiple(9, 40)`. Écrire les valeurs successives de la variable `m`, le nombre de passages dans la boucle, puis le nombre que la fonction renvoie.
3. Écrire une fonction `plus_grand_multiple_bis(a, b)` qui renvoie le même résultat sans boucle, à l'aide de `//` et de `*` (la multiplication en Python), pour a strictement positif et b positif. Que renvoie `plus_grand_multiple_bis(9, 40)` ?
4. En s'inspirant de `plus_grand_multiple`, écrire une fonction `plus_petit_multiple(a, b)` qui renvoie le plus petit multiple de a supérieur ou égal à b, pour a strictement positif et b positif (le signe `<` s'écrit comme en mathématiques). Que renvoie-t-elle pour `(7, 2026)` et `(7, 2023)` ?

✓ Les corrigés détaillés

La rédaction modèle est à gauche, les remarques du professeur à droite. Compare **ta rédaction**, pas seulement tes résultats : un raisonnement qu'on peut suivre vaut plus qu'une réponse posée seule.

Les réponses du test de positionnement (page 3)

01. b, car $91 = 7 \times 13$ · **02.** c : 1, 2, 3, 4, 6 et 12 · **03.** b, car $2+0+1+6=9$; $-4 \in \mathbb{Z}$, mais $-4 \notin \mathbb{N}$, et $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ · **04.** c, car $47 = 6 \times 7 + 5$ · **05.** b (carte F6) · **06.** a (carte F8) · **07.** c, car $7k + 7j = 7(k+j)$ · **08.** b · **09.** b, un contre-exemple suffit · **10.** a : on échange · **11.** c : on nie et on échange · **12.** b, car nier échange « et » et « ou » · **13.** c · **14.** a, car $\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$ · **15.** c · **16.** b, le plus petit multiple commun strictement positif de 6 et de 9

Comment lire un corrigé

Chaque affirmation est justifiée par une égalité, une division euclidienne ou une carte du cours, et chaque démonstration avec des lettres contient la phrase « or … est un entier » avant sa conclusion. **Ce n'est pas du remplissage** : c'est cette phrase qui fait la démonstration, et c'est elle qui permet au correcteur de suivre ton raisonnement, et de te donner des points même si une erreur de calcul s'est glissée en route.

Quand ta réponse diffère de la mienne, cherche d'abord **où** les deux chemins se séparent. C'est ce point précis qu'il faut retravailler, pas l'exercice entier. Avant de comparer, relis ta copie avec les vérifications de la page 45.

Exercice 1 — Multiples et diviseurs ★

1. D'après l'égalité $96 = 8 \times 12$:
« 96 est un multiple de 8 » et « 12 est un diviseur de 96 » **(F2)**.

2. $132 = 11 \times 12$, avec 12 entier. **Le nombre 132 est un multiple de 11.**

3. $98 = 7 \times 14$, avec 14 entier : **7 divise 98.** $100 = 7 \times 14 + 2$, avec $0 < 2 < 7$: le reste n'est pas nul. **7 ne divise pas 100.**

4. Les multiples de 13 sont les nombres $13k$, avec k entier. Comme $13 \times (-3) = -39$ est inférieur à -30 et $13 \times 5 = 65$ dépasse 60, on prend k de -2 à 4.
Les multiples de 13 compris entre -30 et 60 sont -26, -13, 0, 13, 26, 39 et 52.
Parmi eux, **0, 13, 26, 39 et 52 appartiennent à $\mathbb{N}$** ; en revanche $-26 \notin \mathbb{N}$ et $-13 \notin \mathbb{N}$, mais $-26 \in \mathbb{Z}$ et $-13 \in \mathbb{Z}$.

5. a) $2\,027 = 2\,027 \times 1$: **vrai** (carte F3). b) $0 = 0 \times 13$: **vrai**. c) $24 = (-4) \times (-6)$, avec -4 entier : **vrai**.

L'égalité est la preuve

Pour la question 2, dire « ça tombe juste » sans rien écrire ne suffit pas : la définition demande un entier k tel que $132 = k \times 11$. Écrire $132 = 11 \times 12$, avec 12 entier, répond exactement à la définition ; une division euclidienne écrite avec un reste nul le prouve aussi (carte F5).

N'oublie pas les négatifs

Un multiple peut être négatif ou nul : dans la question 4, -26, -13 et 0 comptent. Et un diviseur aussi, comme -6 pour 24 ; c'est seulement quand on liste « les diviseurs positifs » qu'on se limite à ceux qui sont positifs.

Exercice 2 — Tous les diviseurs ★

1. $48 = 1 \times 48 = 2 \times 24 = 3 \times 16 = 4 \times 12 = 6 \times 8$. Le nombre 5 ne divise pas 48, qui ne se termine ni par 0 ni par 5, et 7 non plus, car $48 = 7 \times 6 + 6$; on s'arrête, car $7 \times 7 = 49$ dépasse 48.
Les diviseurs positifs de 48 sont 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 et 48.
$60 = 1 \times 60 = 2 \times 30 = 3 \times 20 = 4 \times 15 = 5 \times 12 = 6 \times 10$, et $60 = 7 \times 8 + 4$; on s'arrête, car $8 \times 8 = 64$ dépasse 60.
Les diviseurs positifs de 60 sont 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60 (méthode 2).

Pourquoi s'arrêter

Si $48 = d \times e$ avec $d \leqslant e$, alors $d \times d \leqslant d \times e = 48$. Donc le plus petit facteur de chaque paire a un carré inférieur ou égal à 48 : au-delà de 6, chaque diviseur a déjà été trouvé, comme second facteur d'une paire.