

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL — SESSION 2026
Physique-Chimie — Enseignement de spécialité
POLYNÉSIE — JOUR 1 (SUJET 26-PYCJ1PO1)

CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Rédaction conforme à une copie notée 20/20

Comment utiliser ce corrigé. Le texte contenu dans les **cadres bleus** correspond à ce qu'il faut *effectivement écrire sur la copie* : phrase d'introduction, formule littérale, application numérique, résultat avec unité et bon nombre de chiffres significatifs, puis conclusion. Les encadrés orange « Note du professeur » ne font pas partie de la copie : ce sont des conseils de méthode et des pièges à éviter.

Répartition des points : Exercice 1 — 9 points • Exercice 2 — 5 points • Exercice 3 — 6 points.
Durée : 3 h 30.

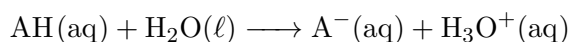
Corrigé non officiel, proposé par Génies des Sciences. Il ne s'agit pas du barème du jury.

Exercice 1 — Synthèse d'une coumarine (9 points)

1. Étude de l'acide sulfamique par pH-métrie

Q1 Montrer que pour une solution aqueuse d'un acide fort AH du couple AH/A^- , de concentration apportée C , le pH s'exprime par $pH = -\log\left(\frac{C}{c^\circ}\right)$.

Par définition, un **acide fort** réagit **totalement** avec l'eau. La réaction s'écrit :



Raisonnons sur les concentrations (l'eau, solvant, est en très large excès) :

	$[AH]$	$[A^-]$	$[H_3O^+]$
état initial	C	0	≈ 0
état final	$C - x_f$	x_f	x_f

La transformation étant *totale*, l'acide est intégralement consommé : $C - x_f = 0$, donc $x_f = C$ et :

$$[H_3O^+]_f = C$$

(les ions oxonium apportés par l'autoprotolyse de l'eau, de l'ordre de $10^{-7} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, sont négligeables devant C).

Or, par définition du pH d'une solution aqueuse :

$$pH = -\log\left(\frac{[H_3O^+]_f}{c^\circ}\right)$$

$$pH = -\log\left(\frac{C}{c^\circ}\right) : \text{la relation demandée est bien établie.}$$



Note du professeur

La division par $c^\circ = 1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ n'est pas une coquetterie : le logarithme ne s'applique qu'à un nombre *sans dimension*. Numériquement elle ne change rien, mais l'oublier dans la rédaction coûte souvent un point. Notez aussi que ce résultat n'est valable que pour un acide fort : pour un acide faible, la transformation n'est pas totale et $[\text{H}_3\text{O}^+] < C$, donc $\text{pH} > -\log(C/c^\circ)$.

Q2 Calculer le volume V' de solution S à prélever et détailler le protocole de préparation de la solution S_1 .

La dilution ne modifie pas la quantité de matière d'acide sulfamique prélevée : celle qui est contenue dans le volume V' prélevé dans S se retrouve intégralement dans la fiole de volume V_1 .

$$n = C \times V' = C_1 \times V_1 \quad \Rightarrow \quad V' = \frac{C_1 \times V_1}{C}$$

$$V' = \frac{1,0 \times 10^{-2} \times 100,0 \times 10^{-3}}{1,0 \times 10^{-1}} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ L}$$

$$V' = 10,0 \text{ mL} \quad (\text{facteur de dilution } F = C/C_1 = 10)$$

Protocole.

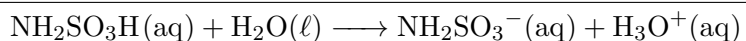
1. prélever $V' = 10,0 \text{ mL}$ de solution S à l'aide d'une **pipette jaugée de 10,0 mL** munie d'une propipette ;
2. les introduire dans une **fiole jaugée de 100,0 mL** contenant déjà un peu d'eau distillée ;
3. compléter avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge, le bas du ménisque étant tangent au trait (finir à la pissette, goutte à goutte) ;
4. boucher la fiole et l'homogénéiser en la retournant plusieurs fois.

Note du professeur

Le choix de la verrerie n'est jamais libre : le facteur de dilution $F = 10$ impose le *couple* pipette jaugée 10,0 mL / fiole jaugée 100,0 mL. Éprouvette graduée et bécher sont de la verrerie *graduée*, beaucoup moins précise : les citer fait perdre le point du protocole.

Q3 Écrire l'équation modélisant la réaction entre l'acide sulfamique et l'eau.

Les deux couples acide/base mis en jeu sont $\text{NH}_2\text{SO}_3\text{H}(\text{aq})/\text{NH}_2\text{SO}_3^-(\text{aq})$ et $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})/\text{H}_2\text{O}(\ell)$. L'acide sulfamique cède un proton H^+ à l'eau, qui joue ici le rôle de base :



Vérification : l'équation est équilibrée en éléments (N : $1 = 1$; S : $1 = 1$; O : $3 + 1 = 3 + 1$; H : $3 + 2 = 2 + 3$) et en charge ($0 = -1 + 1$). ✓

Note du professeur

La flèche simple traduit l'hypothèse « acide fort », que la question Q4 va précisément valider. Tant que cette hypothèse n'est pas vérifiée, une double flèche $\rightleftharpoons$ est également acceptée : les deux écritures sont créditées ici, à condition d'être cohérent avec la suite.



Q4 À l'aide de la figure 2, vérifier que l'acide sulfamique peut être considéré comme un acide fort.

Démarche suivie : (1) traduire la relation de la question Q1 en une propriété graphique ; (2) relever les coordonnées des quatre points expérimentaux ; (3) comparer.

Étape 1 — que doit-on observer ?

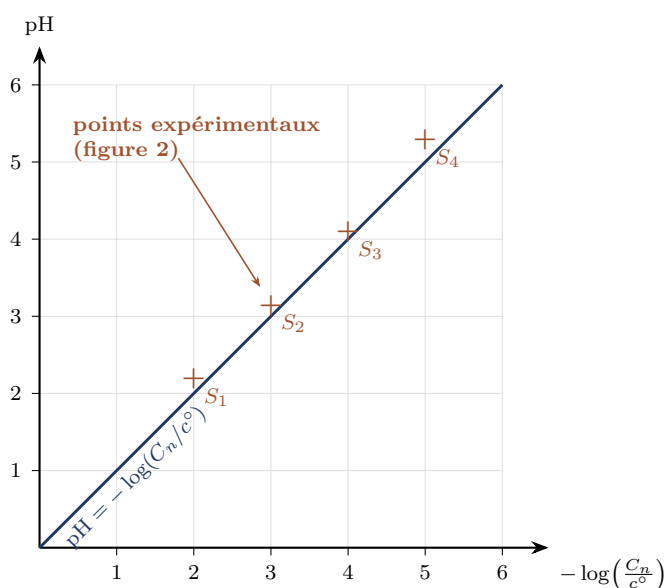
Si l'acide sulfamique est un acide fort, la relation de Q1 s'applique à chacune des solutions S_n :

$$\text{pH} = -\log\left(\frac{C_n}{c^\circ}\right)$$

Autrement dit, la représentation de pH en fonction de $-\log(C_n/c^\circ)$ doit être une **droite de coefficient directeur 1 passant par l'origine** — la première bissectrice.

Étape 2 — lecture des points de la figure 2.

Solution	S_1	S_2	S_3	S_4
$-\log(C_n/c^\circ)$	2,0	3,0	4,0	5,0
pH mesuré	2,2	3,15	4,1	5,3
écart à la bissectrice	+0,2	+0,15	+0,1	+0,3



Étape 3 — conclusion.

Les quatre points sont **alignés le long de la première bissectrice** : la régression linéaire donne un coefficient directeur de 1,03 et une ordonnée à l'origine de 0,1, nulle à la précision d'une lecture graphique. C'est la **pente** qui tranche : la valeur 1,03 est incompatible avec le 0,5 qu'imposerait un acide faible. Les quatre écarts au modèle sont certes tous *positifs* (de +0,1 à +0,3 unité de pH), mais ce léger décalage systématique translate la droite sans en modifier la pente : il ne remet pas en cause la conclusion.

**La relation $\text{pH} = -\log(C/c^\circ)$ est vérifiée sur toute la gamme étudiée :
l'acide sulfamique se comporte bien comme un acide fort.**



Note du professeur

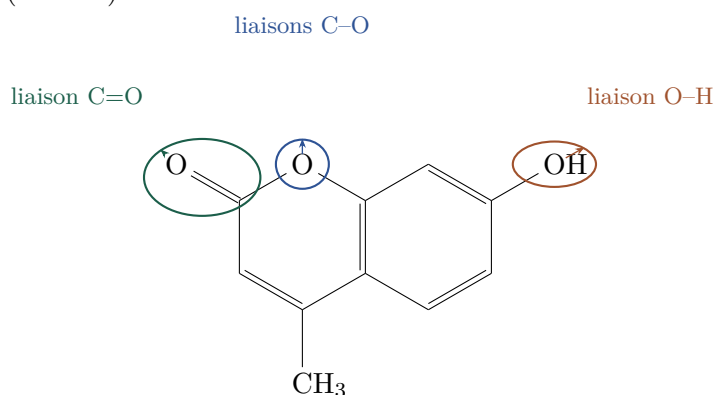
Le critère décisif est la **pente**, pas le simple fait que les points soient sur une droite. Pour un acide *faible*, on démontre que $\text{pH} = \frac{1}{2}\text{p}K_A + \frac{1}{2} \left(-\log \frac{C}{c^0} \right)$: on obtiendrait aussi une droite, mais de coefficient directeur 0,5 et d'ordonnée à l'origine non nulle. Répondre « les points sont alignés donc l'acide est fort » ne suffit donc pas.

2. Synthèse d'une coumarine en présence d'acide sulfamique

Q5 Montrer que le spectre infrarouge du produit obtenu est compatible avec la structure de la 7-hydroxy-4-méthylcoumarine (composé A).

Étape 1 — quelles liaisons attend-on ?

Le composé A, de formule brute $\text{C}_{10}\text{H}_8\text{O}_3$, comporte trois atomes d'oxygène engagés dans deux fonctions : un groupe **hydroxyle** porté par le cycle aromatique (position 7) et un groupe **ester cyclique** (lactone).



On attend donc les liaisons O–H, C=O et C–O.

Étape 2 — lecture du spectre de la figure 3.

Bande observée	Attribution	Présence dans le composé A
forte et large, minimum vers $3,5 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$	O–H ($3500\text{--}3700 \text{ cm}^{-1}$)	oui : le groupe hydroxyle porté par le cycle
très intense, vers $1,7 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$	C=O ($1650\text{--}1740 \text{ cm}^{-1}$)	oui : le carbonyle de la lactone
plusieurs bandes fortes entre $1,0 \times 10^3$ et $1,3 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$	C–O ($1040\text{--}1300 \text{ cm}^{-1}$)	oui : les deux liaisons simples C–O de la lactone

La bande O–H est ici nettement **élargie** vers les faibles nombres d'onde : dans le solide, les groupes hydroxyle sont engagés dans des liaisons hydrogène intermoléculaires, ce qui abaisse et étale la bande d'absorption.

Étape 3 — conclusion.

Les trois liaisons caractéristiques attendues (O–H, C=O et C–O) sont toutes présentes sur le spectre : celui-ci est compatible avec la structure du composé A.



Note du professeur

Deux pièges dans le tableau de données. (1) La ligne « N–H : 1560–1640 cm^{-1} » est un leurre : le composé A ($\text{C}_{10}\text{H}_8\text{O}_3$) ne contient *aucun* atome d'azote. Les bandes observées vers $1,6 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$ sont celles des liaisons C=C des cycles aromatiques, qui ne figurent pas dans la table. (2) La bande large vers $3,5 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$ peut faire penser à un O–H d'acide carboxylique : c'est exclu, la molécule n'en possède pas, et le minimum d'absorption se situe bien dans le domaine 3500–3700 cm^{-1} .

Enfin, reprenez la formulation exacte de la question : le spectre est *compatible* avec la structure. L'infrarouge identifie des *liaisons*, pas un squelette carboné : il ne permet jamais, à lui seul, de prouver qu'on a bien obtenu telle molécule plutôt qu'un isomère.

Q6 Calculer la valeur du rendement η_1 de cette synthèse.

Démarche suivie : (1) calculer les quantités de matière introduites ; (2) identifier le réactif limitant et la quantité maximale de composé A ; (3) comparer à la masse réellement obtenue.

Étape 1 — quantités de matière initiales.

La densité du résorcinol vaut $d = 1,08$, donc sa masse volumique est $\rho = d \times \rho_{\text{eau}} = 1,08 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$:

$$m_R = \rho \times V_R = 1,08 \times 11,1 = 12,0 \text{ g} \quad \Rightarrow \quad n_R = \frac{m_R}{M_R} = \frac{12,0}{110} = 0,109 \text{ mol}$$

$$n_{AE} = \frac{m_{AE}}{M_{AE}} = \frac{14,2}{130} = 0,109 \text{ mol}$$

Étape 2 — quantité maximale de composé A.

D'après l'équation de la réaction, les nombres stœchiométriques du résorcinol, de l'acétoacétate d'éthyle et du composé A valent tous 1. Aux **trois chiffres significatifs** des données, les deux quantités introduites sont égales : le mélange est pratiquement stœchiométrique. Conduit sans arrondi intermédiaire, le calcul donne $n_R = 11,988/110 = 0,10898 \text{ mol}$ contre $n_{AE} = 14,2/130 = 0,10923 \text{ mol}$: le **résorcinol**, en très léger défaut (0,23 % d'écart), est le **réactif limitant**.

$$n_{A,\text{max}} = n_R = 0,109 \text{ mol}$$

$$m_{A,\text{max}} = n_{A,\text{max}} \times M_A = 0,109 \times 176 = 19,2 \text{ g}$$

Étape 3 — rendement.

$$\eta_1 = \frac{m_{\text{obtenue}}}{m_{A,\text{max}}} = \frac{12,4}{19,2} = 0,646$$

$$\eta_1 = 0,65, \text{ soit } 65 \%$$

Près des deux tiers du composé A théoriquement accessible sont effectivement récupérés : c'est un bon rendement pour une synthèse organique.

Note du professeur

La densité d est un nombre *sans unité* : il faut la multiplier par $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ pour obtenir une masse volumique. Par ailleurs, le rendement se calcule indifféremment sur les masses ou sur les quantités de matière — mais jamais en mélangeant les deux : $\eta = m_{\text{obtenue}}/m_{\text{max}}$ n'a de sens que si m_{max} est la masse de *composé A* qui serait obtenue, et non la masse de réactif

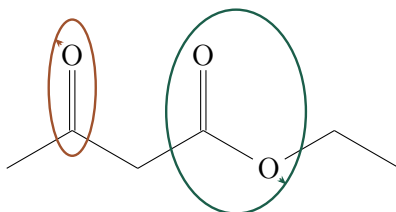


engagée.

3. Synthèse d'une coumarine en présence d'acide paratoluènesulfonique

Q7 Recopier la formule topologique de l'acétoacétate d'éthyle, entourer les deux groupes caractéristiques et nommer les familles fonctionnelles correspondantes.

groupe **carbonyle**
famille des **cétones**



groupe **ester**
famille des **esters**

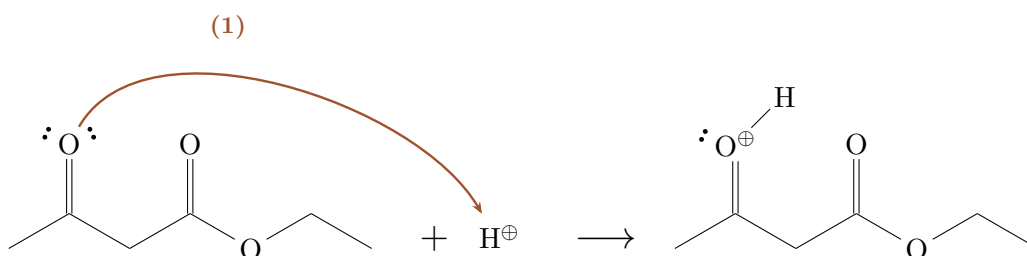
- le groupe **carbonyle** —CO— est ici encadré par deux atomes de carbone : la molécule appartient à la famille des **cétones** ;
- le groupe **ester** —CO—O— : un carbone doublement lié à un oxygène et simplement lié à un second atome d'oxygène lui-même relié à une chaîne carbonée — famille des **esters**.

La molécule porte donc simultanément deux fonctions : c'est un β -cétoester.

Note du professeur

Ne confondez pas *groupe caractéristique* (l'assemblage d'atomes : carbonyle, ester...) et *famille fonctionnelle* (le nom de la classe de molécules : cétone, ester...) — la question demande explicitement les deux. Et attention au piège classique : le groupe carbonyle entouré de deux carbones donne une cétone ; s'il portait un atome d'hydrogène, ce serait un aldéhyde.

Q8 Recopier l'étape 1 du mécanisme et y placer la flèche courbe expliquant le mécanisme.



Justification du sens de la flèche courbe.

- l'atome d'oxygène du groupe carbonyle porte deux doublets non liants et il est fortement électronégatif : c'est un **site donneur** de doublet d'électrons ;
- l'ion H^+ est dépourvu d'électron : c'est un **site accepteur**.



La flèche courbe part donc d'un **doublet non liant de l'atome d'oxygène** de la cétone et pointe vers l'ion H^+ : une liaison O–H se crée.

L'oxygène du groupe carbonyle est protoné : il porte alors une charge + et il ne lui reste plus qu'un seul doublet non liant.

Note du professeur

Trois réflexes à avoir. **(1)** Une flèche courbe part *toujours* d'un doublet (non liant ou liant), jamais d'un atome ou d'une charge, et pointe vers l'atome ou le milieu de liaison qui reçoit ce doublet : donneur → accepteur. **(2)** Vérifiez la conservation des charges : à gauche $0 + (+1)$, à droite $+1$. ✓ **(3)** C'est bien l'oxygène de la *cétone* qui est protoné (l'énoncé l'impose par le produit dessiné) : c'est le site le plus basique de la molécule, et c'est ce carbone-là qui sera attaqué par le résorcinol à l'étape 2.

Q9 Identifier la catégorie de réaction de l'étape 2 représentée figure 4 : addition, élimination ou substitution ?

Examinons le bilan de l'étape 2 :

- les **deux** molécules réactives (l'acétoacétate d'éthyle protoné et le résorcinol) se réunissent pour former une **seule** molécule ;
- aucun atome ni groupe d'atomes n'est éliminé, et aucun groupe n'est remplacé par un autre ;
- la double liaison C=O du carbonyle protoné se transforme en liaison simple C–OH : le nombre de liaisons multiples diminue au profit de deux nouvelles liaisons simples (une liaison C–C et une liaison C–O).

C'est exactement la signature d'une addition : deux entités s'additionnent de part et d'autre d'une liaison multiple.

L'étape 2 est une réaction d'addition.

Note du professeur

Le critère le plus rapide et le plus sûr : *compter les molécules*. Deux molécules qui n'en forment qu'une, sans rien libérer → addition. Une molécule qui en donne deux → élimination. Deux entrantes et deux sortantes, avec échange d'un groupe → substitution.

Q10 Donner la définition d'un catalyseur.

Un **catalyseur** est une espèce chimique qui **augmente la vitesse** d'une transformation chimique sans figurer dans l'équation de la réaction : consommé au cours d'une étape du mécanisme, il est intégralement **régénéré** lors d'une étape ultérieure, de sorte que sa quantité de matière est la même à la fin qu'au début.

Il agit en ouvrant un *nouveau* chemin réactionnel, énergétiquement plus favorable. En revanche il ne modifie ni le sens d'évolution du système, ni l'état final atteint (il n'améliore donc pas le rendement d'une transformation limitée), et il suffit d'en introduire une petite quantité — ici



0,18 g d'APTS pour 2,20 g de résorcinol.

Q11 Indiquer le rôle de l'eau dans la cristallisation du produit brut recueilli dans la boîte de Pétri.

D'après le tableau des solubilités, le composé A est **insoluble dans l'eau** alors qu'il est *soluble à chaud* dans l'éthanol. À la fin du chauffage, il se trouve dissous dans le milieu réactionnel (qui contient notamment l'éthanol formé par la réaction et les réactifs restants).

L'ajout progressif de 15 mL d'eau distillée modifie la composition du solvant : la solubilité du composé A dans le mélange s'effondre, la solution devient sursaturée et le composé A **cristallise**. Le refroidissement (bain d'eau glacée) diminue encore la solubilité et achève la cristallisation.

L'eau joue le rôle de contre-solvant : elle provoque la cristallisation du composé A qui y est insoluble, tout en maintenant l'APTS en solution.

Q12 En supposant que la transformation n'est pas totale, indiquer les espèces éliminées du solide après recristallisation dans le mélange éthanol-eau.

Si la transformation n'est pas totale, les cristaux *bruts* contiennent, outre le composé A, les réactifs qui n'ont pas réagi — le **résorcinol** et l'**acétoacétate d'éthyle**, tous deux insolubles dans l'eau et donc entraînés lors de la cristallisation — ainsi que des traces d'**APTS**.

Principe de la recristallisation. On dissout le solide brut dans un *minimum* de mélange éthanol-eau porté à chaud (le composé A y est soluble à chaud), puis on laisse refroidir : le composé A, *peu soluble à froid*, recristallise seul, tandis que les impuretés, qui restent solubles dans le mélange froid, demeurent dans les eaux mères et sont éliminées lors de la filtration.

Sont éliminés : le résorcinol et l'acétoacétate d'éthyle n'ayant pas réagi, ainsi que l'APTS
(toutes ces espèces sont solubles dans l'éthanol et/ou dans l'eau).

Cela explique la perte de masse observée — à laquelle s'ajoute inévitablement la fraction de composé A qui reste dissoute dans les eaux mères, d'où l'intérêt de n'utiliser qu'une très faible quantité de solvant, comme l'indique le protocole.

Note du professeur

Le tableau de solubilités est la clé de toutes ces questions : c'est le *contraste* de solubilité qui purifie. Une recristallisation réussie suppose que le produit soit très soluble à chaud et très peu soluble à froid, et que les impuretés restent solubles à froid. Si on utilise trop de solvant, tout le produit reste en solution et le rendement s'effondre.



Q13 Indiquer, parmi les montages A, B et C de la figure 5, celui utilisant une pression réduite et un entonnoir de Büchner.

- **montage A** : entonnoir conique garni d'un filtre, posé sur un bécher — c'est une *filtration simple, par gravité* ; aucune pression réduite ;
- **montage B** : entonnoir cylindrique à fond plat percé (**Büchner**) surmontant une *fiolle à vide* à tubulure latérale, reliée à une trompe à eau branchée sur un robinet — c'est bien une **filtration sous pression réduite** ;
- **montage C** : ampoule à décanter surmontant un bécher — il s'agit d'une *décantation* (extraction liquide-liquide), pas d'une filtration.

C'est le montage B.

La dépression créée dans la fiolle aspire le filtrat : la filtration est bien plus rapide et les cristaux sont mieux essorés qu'avec une filtration par gravité.

Q14 À l'aide des données du protocole, vérifier que les réactifs ont été introduits en proportions stœchiométriques.

Calculons les quantités de matière introduites :

$$n_r = \frac{m_r}{M_r} = \frac{2,20}{110} = 2,00 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$$n_{AE} = \frac{m_{AE}}{M_{AE}} = \frac{2,60}{130} = 2,00 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

D'après l'équation de la réaction, les nombres stœchiométriques du résorcinol et de l'acétoacétate d'éthyle valent tous deux 1. Les réactifs sont donc introduits en proportions stœchiométriques si et seulement si :

$$\frac{n_r}{1} = \frac{n_{AE}}{1}$$

$n_r = n_{AE} = 2,00 \times 10^{-2} \text{ mol}$: les réactifs sont bien introduits en proportions stœchiométriques.

Conséquence : les deux réactifs seraient totalement consommés en même temps ; il n'y a pas de réactif limitant privilégié, et aucun des deux n'est en excès à éliminer ensuite.

Q15 Calculer la valeur du rendement η_2 de cette synthèse.

Le mélange étant stœchiométrique, l'avancement maximal vaut $x_{\max} = n_r = n_{AE} = 2,00 \times 10^{-2} \text{ mol}$, et il se formerait au maximum autant de composé A :

$$n_{A,\max} = x_{\max} = 2,00 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$$m_{A,\max} = n_{A,\max} \times M_A = 2,00 \times 10^{-2} \times 176 = 3,52 \text{ g}$$

$$\eta_2 = \frac{m_A}{m_{A,\max}} = \frac{2,0}{3,52} = 0,568$$



$$\eta_2 = 0,57, \text{ soit } 57 \%$$

Note du professeur

Le résultat s'écrit avec *deux* chiffres significatifs, comme la donnée la moins précise ($m_A = 2,0 \text{ g}$). Annoncer 56,8 % laisserait croire à une précision qui n'existe pas. Et n'oubliez jamais qu'un rendement est un nombre compris entre 0 et 1 : si vous trouvez $\eta > 1$, c'est que vous avez inversé le quotient.

Q16 Discuter d'un avantage et d'un inconvénient de chaque voie de synthèse.

Comparons les deux protocoles, qui conduisent au même composé A à partir des mêmes réactifs, mais avec des catalyseurs et des conditions différents.

	Voie 1 — acide sulfamique	Voie 2 — APTS
Conditions	130 °C pendant 20 min	60 °C (bain-marie) pendant 10 min
Rendement	$\eta_1 = 65 \%$	$\eta_2 = 57 \%$
Avantage	rendement nettement supérieur (65 % contre 57 %) : environ 14 % de produit en plus pour la même quantité de réactifs engagés	conditions bien plus douces : 60 °C s'obtiennent avec un simple bain-marie, en deux fois moins de temps — moins d'énergie consommée, moins de risques, protocole réalisable en lycée
Inconvénient	température élevée (130 °C) : chauffage spécifique (bain d'huile), coût énergétique important et risque de dégradation thermique des composés organiques ; durée deux fois plus longue	rendement plus faible, et purification plus lourde (ajout d'eau, filtration sur Büchner puis recristallisation) : consommation de solvants et pertes de produit supplémentaires

La voie 1 privilégie le rendement ; la voie 2 privilégie l'économie d'énergie et la sécurité.

Du point de vue de la chimie durable, le choix dépend donc du critère retenu : quantité de produit obtenue d'un côté, dépense énergétique et innocuité du protocole de l'autre.

Note du professeur

Une question ouverte de ce type se traite avec des *chiffres* tirés de l'énoncé, jamais avec des généralités. Citez les deux rendements calculés (65 % et 57 %), les deux températures (130 °C et 60 °C) et les deux durées (20 min et 10 min) : c'est la comparaison chiffrée qui rapporte les points.



Exercice 2 — La scintigraphie cardiaque (5 points)

1. Le rayonnement émis par le thallium 201

Q1 Préciser à quel type de désintégration correspond la transformation nucléaire ${}_{81}^{201}\text{Tl} \rightarrow {}_{80}^{201}\text{Hg}^* + {}_1^0\text{e}$.

Vérifions d'abord les lois de conservation (lois de Soddy) :

$$\text{nombre de nucléons : } 201 = 201 + 0 \quad \checkmark \qquad \text{charge : } 81 = 80 + 1 \quad \checkmark$$

La particule émise, ${}_1^0\text{e}$, possède un nombre de charge $Z = +1$ et un nombre de nucléons nul : c'est un **positon** (ou positron), l'antiparticule de l'électron.

Il s'agit d'une désintégration de type β^+ .

On le vérifie sur le noyau père : son numéro atomique diminue d'une unité ($81 \rightarrow 80$), ce qui est caractéristique d'une radioactivité β^+ (un proton du noyau s'y transforme en neutron).

Note du professeur

Ne confondez pas les deux écritures : ${}_1^0\text{e}$ est un *électron* (radioactivité β^- , Z augmente de 1) et ${}_{+1}^0\text{e}$ est un *positon* (radioactivité β^+ , Z diminue de 1). Le signe de l'indice inférieur est le seul indice — d'où l'intérêt de toujours vérifier la conservation de la charge avant de conclure.

Q2 Exprimer puis calculer la longueur d'onde λ_ν dans le vide du rayonnement d'énergie $E = 135 \text{ keV}$.

La relation fournie relie l'énergie du photon à sa longueur d'onde dans le vide :

$$E = \frac{hc}{\lambda_\nu} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lambda_\nu = \frac{hc}{E}}$$

Conversion préalable de l'énergie en joules (indispensable : h et c sont en unités SI) :

$$E = 135 \text{ keV} = 135 \times 10^3 \times 1,60 \times 10^{-19} = 2,16 \times 10^{-14} \text{ J}$$

Application numérique :

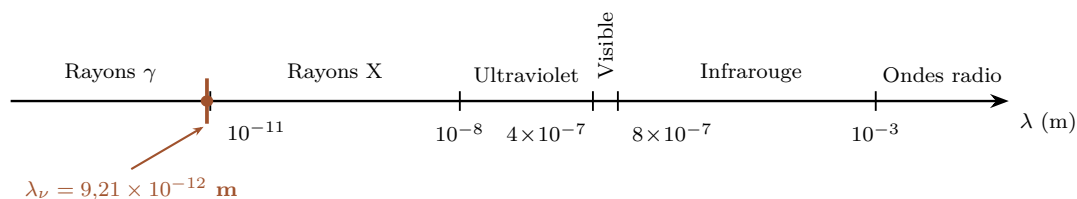
$$\lambda_\nu = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{2,16 \times 10^{-14}} = \frac{1,99 \times 10^{-25}}{2,16 \times 10^{-14}}$$

$$\lambda_\nu = 9,21 \times 10^{-12} \text{ m} \quad (\text{soit environ } 9 \text{ pm})$$



Q3 Retrouver le domaine du spectre auquel appartient ce rayonnement.

Plaçons la valeur trouvée sur l'échelle des domaines spectraux fournie :



Comparons la valeur calculée à la borne du domaine :

$$\lambda_\nu = 9,21 \times 10^{-12} \text{ m} < 10^{-11} \text{ m} = 10,0 \times 10^{-12} \text{ m}$$

Le rayonnement émis appartient au domaine des rayons γ .

Ce résultat est cohérent avec l'énoncé, qui précise que « le thallium 201 émet des rayons γ captés par une caméra à scintillation ».

Note du professeur

La valeur trouvée est très proche de la frontière 10^{-11} m entre rayons γ et rayons X : la conclusion tient à peu de chose, il faut donc éviter tout arrondi prématuré. Retenez par ailleurs que cette frontière est conventionnelle : ce qui distingue vraiment un rayon γ d'un rayon X, c'est son *origine* — le noyau pour le premier, le cortège électronique pour le second.

Q4 Citer une méthode de protection contre ces rayonnements ionisants.

On peut citer l'une des trois protections de base contre un rayonnement ionisant :

- **l'écran** : interposer entre la source et l'opérateur un matériau dense et de numéro atomique élevé, comme une paroi ou un tablier de **plomb**, qui absorbe les photons γ ;
- **la distance** : s'éloigner de la source, l'intensité du rayonnement décroissant comme l'inverse du carré de la distance ;
- **le temps** : limiter la durée d'exposition (rotation du personnel, port d'un dosimètre pour surveiller la dose reçue).

Exemple : interposer un écran de plomb entre le patient et le manipulateur.

2. Décroissance radioactive et élimination du thallium 201

Q5 Donner la relation entre l'activité $A(t)$ d'un échantillon et la dérivée temporelle $\frac{dN(t)}{dt}$ du nombre de noyaux radioactifs.

L'activité est, par définition, le **nombre de désintégrations par unité de temps** : c'est donc une grandeur *positive*.

Or, pendant la durée dt , le nombre de noyaux radioactifs *diminue* : la variation dN est négative, et le nombre de noyaux qui se sont désintégrés vaut $-dN$.

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

Note du professeur

Le signe « moins » n'est pas un détail de mise en forme : c'est lui qui assure que $A(t) > 0$ alors que N est une fonction décroissante. C'est exactement le même raisonnement que pour une vitesse volumique de disparition en cinétique chimique.

Q6 Établir l'équation différentielle régissant $N(t)$ sous la forme $\frac{dN(t)}{dt} + \lambda N(t) = 0$.

On dispose de deux expressions de la même grandeur, l'activité :

$$A(t) = \lambda N(t) \quad (\text{donnée de l'énoncé}) \quad \text{et} \quad A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} \quad (\text{question Q5})$$

En les égalant :

$$-\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{dN(t)}{dt} + \lambda N(t) = 0}$$

Q7 Vérifier que $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ est solution de l'équation différentielle précédente.

1. Dérivation. La fonction proposée est dérivable et :

$$\frac{dN}{dt}(t) = N_0 \times (-\lambda) e^{-\lambda t} = -\lambda \underbrace{N_0 e^{-\lambda t}}_{= N(t)} = -\lambda N(t)$$

2. Report dans l'équation différentielle.

$$\frac{dN}{dt}(t) + \lambda N(t) = -\lambda N(t) + \lambda N(t) = 0 \quad \checkmark$$

3. Condition initiale. À $t = 0$: $N(0) = N_0 e^0 = N_0$, qui est bien le nombre de noyaux radioactifs initialement présents. $\checkmark$

$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ est bien la solution de l'équation différentielle vérifiant la condition initiale.



Q8 Établir l'expression de la constante radioactive en fonction de $t_{1/2}$ et en déduire que $\lambda = 2,64 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ pour le thallium 201.

Étape 1 — expression littérale.

Par définition, le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents s'est désintégrée :

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \quad \Rightarrow \quad N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2} \quad \Rightarrow \quad e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

On applique le logarithme népérien :

$$-\lambda t_{1/2} = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}}$$

Étape 2 — application numérique.

Conversion préalable du temps de demi-vie en secondes :

$$t_{1/2} = 3,04 \text{ jours} = 3,04 \times 86400 = 2,63 \times 10^5 \text{ s}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{2,63 \times 10^5} = \frac{0,693}{2,63 \times 10^5}$$

$$\lambda = 2,64 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1} : \text{la valeur annoncée est bien vérifiée.}$$

Note du professeur

Contrôle d'homogénéité immédiat : $\ln 2$ est un nombre pur, donc λ est l'inverse d'une durée, en s^{-1} . Attention à la conversion : oublier de passer les jours en secondes donne $\lambda = 0,228 \text{ jour}^{-1}$ — une valeur juste, mais dans la mauvaise unité, incompatible avec la suite de l'exercice où les durées sont en secondes.

Q9 Calculer l'activité restante A_r chez le patient deux heures après l'injection. Conclure.

On applique la loi de décroissance radioactive relative à l'activité, avec $A_0 = 78 \text{ MBq}$ et $\Delta t = 2 \text{ h} = 2 \times 3600 = 7,2 \times 10^3 \text{ s}$:

$$A_r = A_0 e^{-\lambda \Delta t}$$

Calculons d'abord l'exposant :

$$\lambda \Delta t = 2,64 \times 10^{-6} \times 7,2 \times 10^3 = 1,90 \times 10^{-2}$$

$$A_r = 78 \times e^{-1,90 \times 10^{-2}} = 78 \times 0,981 = 76,5 \text{ MBq}$$

$$A_r = 76,5 \text{ MBq, soit } 77 \text{ MBq à deux chiffres significatifs}$$

Conclusion. L'activité n'a diminué que de 1,9 % en deux heures.

— C'est une bonne chose pour l'examen lui-même : pendant les 15 à 30 minutes de la scintigraphie, l'activité de la source peut être considérée comme **constante**, ce qui garantit un signal stable et exploitable pour la caméra à scintillation.



- En revanche, la décroissance radioactive à elle seule n'élimine pratiquement *pas* le thallium de l'organisme : bien après l'examen, le patient reste une source de rayonnement γ — d'où la question suivante.

Q10 Calculer la durée $t_{1\%}$, en jours, au bout de laquelle l'activité est égale à 1 % de A_0 . Justifier alors la nécessité de boire beaucoup d'eau après l'examen.

Étape 1 — mise en équation.

On cherche la date $t_{1\%}$ telle que $A(t_{1\%}) = 0,01 A_0$:

$$A_0 e^{-\lambda t_{1\%}} = 0,01 A_0 \quad \Rightarrow \quad e^{-\lambda t_{1\%}} = 0,01$$

$$-\lambda t_{1\%} = \ln(0,01) = -\ln(100) \quad \Rightarrow \quad t_{1\%} = \frac{\ln 100}{\lambda}$$

Étape 2 — application numérique.

$$t_{1\%} = \frac{4,61}{2,64 \times 10^{-6}} = 1,75 \times 10^6 \text{ s}$$

$$t_{1\%} = \frac{1,75 \times 10^6}{86400}$$

$$t_{1\%} = 20 \text{ jours}$$

Étape 3 — pourquoi boire beaucoup d'eau ?

Si l'on ne comptait que sur la **décroissance radioactive**, il faudrait près de **trois semaines** pour que l'activité du thallium présent dans le corps tombe à 1 % de sa valeur initiale. Le patient resterait pendant tout ce temps une source de rayonnement ionisant, pour lui-même comme pour son entourage.

Il existe heureusement un second mécanisme d'élimination, **biologique** celui-là : le thallium non fixé par le muscle cardiaque est évacué par voie urinaire. Boire beaucoup d'eau augmente le débit urinaire et accélère donc fortement cette évacuation.

L'hydratation abaisse la quantité de thallium présente dans l'organisme bien plus vite que la seule désintégration : elle réduit d'autant la dose reçue par le patient.

Autrement dit, la « période effective » d'élimination du thallium dans le corps est très inférieure aux 3,04 jours de sa demi-vie physique.

Note du professeur

Vérification rapide, sans calculatrice : $1\% \approx \frac{1}{100}$ et $\frac{1}{128} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$. Il faut donc entre 6 et 7 demi-vies, soit entre $6 \times 3,04 = 18$ et $7 \times 3,04 = 21$ jours : les 20 jours trouvés sont cohérents. Plus précisément, $n = \frac{\ln 100}{\ln 2} = 6,64$ demi-vies, d'où $t_{1\%} = 6,64 \times 3,04 = 20,2$ jours — un excellent moyen de contrôler le résultat.



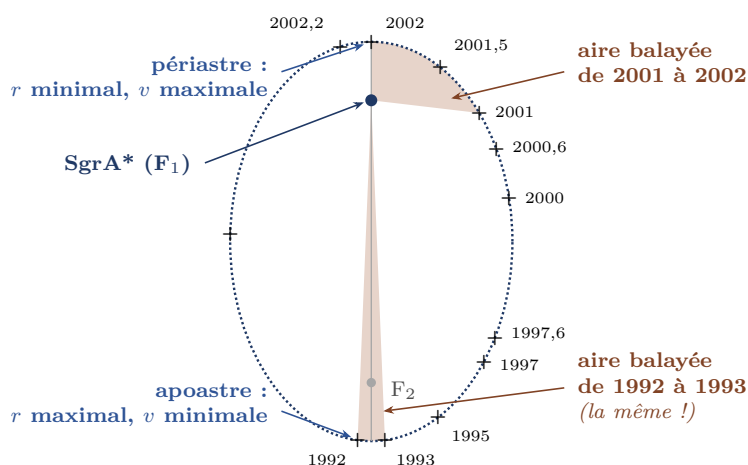
Exercice 3 — La saga de la découverte des trous noirs (6 points)

1. L'orbite elliptique de l'étoile S2

Q1 Expliquer que la vitesse de l'étoile S2 en 2002 est supérieure à sa vitesse en 1993.

Le trou noir SgrA* occupe le foyer F_1 de l'ellipse, situé dans la partie *supérieure* de la figure 1. On en déduit immédiatement, par lecture de la figure :

- en **2002**, S2 se trouve à l'extrémité du grand axe la plus proche de F_1 : c'est le **périastre**, la distance r à SgrA* est *minimale* ;
- en **1993**, S2 est au voisinage de l'autre extrémité, l'**apoastre** : la distance r est quasi *maximale*.



Application de la deuxième loi de Kepler. Le rayon vecteur F_1S_2 balaie des aires égales pendant des durées égales. Pendant une même durée Δt (ici un an), l'aire balayée s'assimile à celle d'un « triangle » de hauteur la distance r et de base la longueur de l'arc parcouru, $\ell = v \cdot \Delta t$:

$$\mathcal{A} \approx \frac{1}{2} r \times v \Delta t = \text{constante} \quad \Rightarrow \quad v \approx \frac{2\mathcal{A}}{r \Delta t}$$

À Δt fixé, la vitesse v varie donc en raison *inverse* de la distance r : plus l'étoile est proche du trou noir, plus elle va vite.

En 2002, r est minimale : v est maximale.
En 1993, r est maximale : v est minimale. Donc $v_{2002} > v_{1993}$.

La figure 1 le confirme directement : des relevés séparés d'une même durée sont très *resserrés* autour de 1993 et très *espacés* autour de 2002.

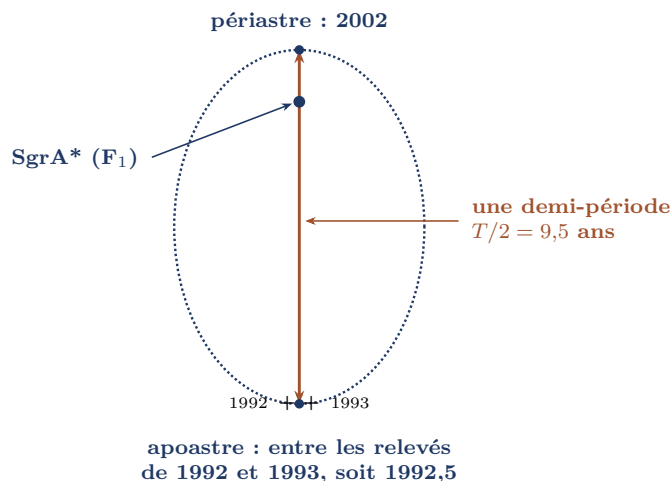
Note du professeur

La réponse attendue n'est pas « l'étoile est plus proche donc elle va plus vite » — c'est le résultat, pas le raisonnement. Il faut faire apparaître la loi des aires : *même aire* balayée en *même durée*, or l'aire est d'autant plus « plate » que r est grand, donc l'arc parcouru doit être plus long là où r est petit.



Q2 À partir de la figure 1, montrer que la période de révolution T de S2 autour de SgrA* est de l'ordre de 19 ans.

Le grand axe de l'ellipse joint l'apoastre au périastre. Par symétrie de la trajectoire *et* du mouvement par rapport à ce grand axe, l'étoile met exactement une **demi-période** pour aller d'une extrémité à l'autre.



Lecture de la figure 1. L'étoile occupe le périastre (extrémité supérieure du grand axe) en **2002**. À l'autre extrémité, la pointe du grand axe tombe entre les relevés de 1992 et de 1993 : l'apoastre est occupé vers l'année **1992,5**.

$$\frac{T}{2} = 2002 - 1992,5 = 9,5 \text{ ans} \quad \Rightarrow \quad T = 2 \times 9,5$$

$$T = 19 \text{ ans} \quad (\text{lecture graphique à } \pm 1 \text{ an près})$$

Note du professeur

On peut aussi raisonner sur un tour complet, mais la figure ne couvre qu'un peu plus d'une demi-orbite (de 1992 à 2004 environ) : la méthode « apoastre $\rightarrow$ périastre = $T/2$ » est la seule exploitable ici. Une réponse comprise entre 18 et 20 ans, correctement justifiée, est acceptée.

2. Modélisation par une orbite circulaire : la masse de SgrA*

Q3 À l'aide de la deuxième loi de Newton appliquée à l'étoile Sf, exprimer son vecteur accélération $\vec{a}$ en fonction de G , M , r et $\vec{u}_n$.

Système : l'étoile fictive Sf, de masse m_f , assimilée à un point matériel.

Référentiel : le référentiel galiléen dont l'origine est le trou noir SgrA*.

Bilan des forces : d'après l'énoncé, Sf n'est soumise qu'à la force d'attraction gravitationnelle exercée par SgrA*. Cette force est dirigée de Sf vers SgrA*, c'est-à-dire selon $\vec{u}_n$ d'après la figure 2 :

$$\vec{F}_{\text{SgrA}^*/\text{Sf}} = G \frac{M \times m_f}{r^2} \vec{u}_n$$



Deuxième loi de Newton (le mouvement de Sf est étudié dans un référentiel galiléen) :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m_f \vec{a} \quad \Rightarrow \quad G \frac{M m_f}{r^2} \vec{u}_n = m_f \vec{a}$$

La masse m_f de l'étoile se simplifie :

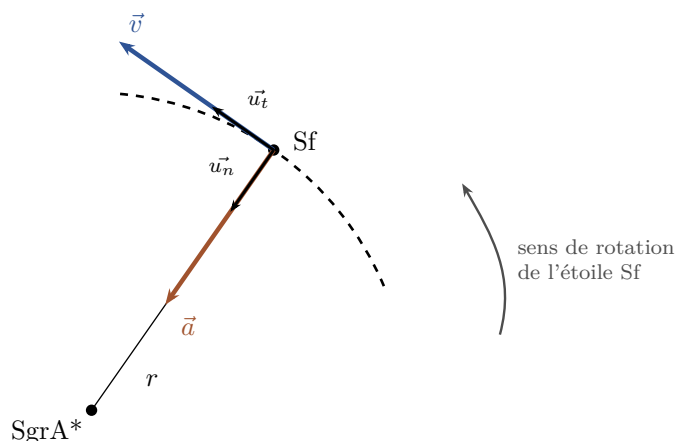
$$\vec{a} = \frac{GM}{r^2} \vec{u}_n$$

Le vecteur accélération est donc **centripète** (dirigé de Sf vers SgrA*) et il ne dépend *pas* de la masse de l'étoile.

Note du professeur

La simplification de m_f n'est pas anodine : c'est elle qui permettra, à la question Q8, de déterminer la masse M du trou noir sans rien connaître de l'étoile. Pensez toujours à commencer par le triptyque *système / référentiel / bilan des forces* : il vaut à lui seul une part importante des points.

Q4 Recopier la figure 2 et représenter, au point Sf, les vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ de l'étoile Sf.



- le vecteur vitesse $\vec{v}$ est **tangent à la trajectoire** et orienté dans le sens du mouvement : il est donc porté par $\vec{u}_t$, avec $\vec{v} = v \vec{u}_t$ et $v > 0$;
- le vecteur accélération $\vec{a}$ est, d'après la question Q3, porté par $\vec{u}_n$ et dirigé **vers SgrA*** : il est centripète, donc perpendiculaire à $\vec{v}$.

Note du professeur

L'erreur la plus fréquente consiste à dessiner $\vec{a}$ dans le sens du mouvement, « parce que ça accélère ». Ici la valeur de la vitesse est constante (question Q5) : c'est uniquement la *direction* du vecteur vitesse qui change, et cette variation est dirigée vers le centre. Un vecteur accélération perpendiculaire à $\vec{v}$ est la signature d'un mouvement uniforme.



Q5 En utilisant l'expression du vecteur accélération dans la base de Frenet, montrer que le mouvement de Sf est circulaire uniforme.

Dans la base de Frenet ($\vec{Sf}, \vec{u}_t, \vec{u}_n$), le vecteur accélération d'un point décrivant un cercle de rayon r s'écrit de façon générale :

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t + \frac{v^2}{r} \vec{u}_n$$

Or la question Q3 a établi que :

$$\vec{a} = \frac{GM}{r^2} \vec{u}_n = 0 \times \vec{u}_t + \frac{GM}{r^2} \vec{u}_n$$

Les coordonnées d'un vecteur dans une base étant uniques, on identifie terme à terme :

$$\begin{cases} \text{selon } \vec{u}_t : & \frac{dv}{dt} = 0 \\ \text{selon } \vec{u}_n : & \frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \end{cases}$$

La première égalité montre que la valeur v de la vitesse est **constante** au cours du temps.

**La trajectoire est un cercle et la valeur de la vitesse est constante :
le mouvement de Sf est circulaire uniforme.**

Q6 Montrer que l'expression de la vitesse v de l'étoile Sf est $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$.

On repart de la projection selon $\vec{u}_n$ obtenue à la question Q5 :

$$\frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2}$$

On multiplie les deux membres par r :

$$v^2 = \frac{GM}{r}$$

La valeur de la vitesse étant une grandeur positive, on prend la racine carrée positive :

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Contrôle d'homogénéité : G s'exprime en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$, donc GM/r est en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^{-1} = \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$, et sa racine carrée bien en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. ✓



Q7 Retrouver l'expression de la troisième loi de Kepler : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$.

Le mouvement étant *circulaire uniforme*, la période de révolution est la durée d'un tour complet, c'est-à-dire le quotient du périmètre du cercle par la valeur (constante) de la vitesse :

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM}{r}}} = 2\pi r \times \sqrt{\frac{r}{GM}}$$

On élève au carré pour supprimer la racine :

$$T^2 = 4\pi^2 r^2 \times \frac{r}{GM} = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$$

On divise enfin les deux membres par r^3 :

$$\boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}}$$

Le rapport T^2/r^3 ne dépend que de la masse M de l'astre attracteur : c'est bien la troisième loi de Kepler.

Q8 Déterminer la valeur de la masse M du trou noir SgrA*. Comparer au résultat annoncé dans l'article de Sciences et Avenir et commenter.

Démarche suivie : (1) isoler M dans la troisième loi de Kepler ; (2) convertir r et T en unités du système international ; (3) appliquer numériquement ; (4) exprimer le résultat en masses solaires et comparer.

Étape 1 — expression littérale.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \quad \Rightarrow \quad \boxed{M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}}$$

Étape 2 — conversions.

$$\begin{aligned} r &= 1,74 \times 10^{11} \text{ km} = 1,74 \times 10^{14} \text{ m} & \Rightarrow & r^3 = 5,27 \times 10^{42} \text{ m}^3 \\ T &= 19 \text{ ans} = 19 \times 365,25 \times 24 \times 3600 = 6,00 \times 10^8 \text{ s} & \Rightarrow & T^2 = 3,60 \times 10^{17} \text{ s}^2 \end{aligned}$$

Étape 3 — application numérique.

$$M = \frac{4\pi^2 \times 5,27 \times 10^{42}}{6,67 \times 10^{-11} \times 3,60 \times 10^{17}} = \frac{2,08 \times 10^{44}}{2,40 \times 10^7}$$

$$M = 8,7 \times 10^{36} \text{ kg}$$

Étape 4 — comparaison avec l'article.

Exprimons ce résultat en masses solaires :

$$\frac{M}{M_S} = \frac{8,7 \times 10^{36}}{1,99 \times 10^{30}} = 4,4 \times 10^6$$



$M \approx 4,4$ millions de masses solaires : la valeur annoncée par l'équipe d'Andrea Ghez est confirmée (écart relatif de l'ordre de 1 %).

Commentaire. Le modèle utilisé est pourtant très simplificateur : on a remplacé l'orbite réelle, fortement elliptique, par un cercle de rayon égal au demi-grand axe. L'accord n'a rien de fortuit — la troisième loi de Kepler reste rigoureusement valable pour une ellipse, à condition de remplacer r par le demi-grand axe, ce que l'énoncé a précisément justifié.

Le résultat est spectaculaire : plus de quatre millions de fois la masse du Soleil, concentrées à l'intérieur d'une région dont le rayon est inférieur à celui de l'orbite de S2 ($1,74 \times 10^{14}$ m, soit environ $1,2 \times 10^3$ unités astronomiques). Aucun amas d'étoiles ordinaires ne pourrait rester stable avec une telle densité : seul un objet extrêmement compact, un **trou noir supermassif**, en rend compte. C'est ce raisonnement qui a valu à Reinhard Genzel et Andrea Ghez le prix Nobel de physique 2020.

Note du professeur

Deux vigilances numériques. **(1)** La conversion des kilomètres en mètres : oublier le facteur 10^3 fait perdre un facteur 10^9 sur r^3 , donc sur M — l'ordre de grandeur du résultat final est votre meilleur garde-fou. **(2)** La conversion de l'année en secondes : retenir $1 \text{ an} \approx 3,15 \times 10^7 \text{ s}$ (que l'on peut vérifier par $365 \times 24 \times 3600$). Utiliser 365 jours au lieu de 365,25 change le résultat de moins de 0,2 % : sans conséquence ici.

Récapitulatif des résultats numériques

Exercice 1. $\text{pH} = -\log(C/c^\circ)$ pour un acide fort • $V' = 10,0 \text{ mL}$ (pipette $10,0 \text{ mL}$ + fiole $100,0 \text{ mL}$) • $\text{NH}_2\text{SO}_3\text{H}(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\ell) \longrightarrow \text{NH}_2\text{SO}_3^-(\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$ • points alignés sur la première bissectrice (pente 1) : acide fort confirmé • bandes IR O–H ($\approx 3500 \text{ cm}^{-1}$), C=O ($\approx 1700 \text{ cm}^{-1}$), C–O ($1040\text{--}1300 \text{ cm}^{-1}$) • $n_R = n_{AE} = 0,109 \text{ mol}$, $m_{A,\text{max}} = 19,2 \text{ g}$, $\eta_1 = 65 \%$ • cétone + ester • étape 2 : addition • montage **B** (Büchner + fiole à vide) • $n_r = n_{AE} = 2,00 \times 10^{-2} \text{ mol}$ (proportions stœchiométriques), $m_{A,\text{max}} = 3,52 \text{ g}$, $\eta_2 = 57 \%$.

Exercice 2. Désintégration β^+ • $E = 2,16 \times 10^{-14} \text{ J} \rightarrow \lambda_\nu = 9,21 \times 10^{-12} \text{ m}$: rayons γ • $A(t) = -\frac{dN}{dt}$, $\frac{dN}{dt} + \lambda N = 0$ • $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 2,64 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ • $A_r = 77 \text{ MBq}$ après 2 h (soit $-1,9 \%$ seulement) • $t_{1\%} = 1,75 \times 10^6 \text{ s} = 20 \text{ jours}$.

Exercice 3. $v_{2002} > v_{1993}$ (loi des aires) • $T/2 = 9,5 \text{ ans}$ donc $T = 19 \text{ ans}$ • $\vec{a} = \frac{GM}{r^2} \vec{u}_n$ • $\frac{dv}{dt} = 0$: mouvement circulaire uniforme • $v = \sqrt{GM/r}$ • $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ • $T = 6,00 \times 10^8 \text{ s}$, $r = 1,74 \times 10^{14} \text{ m} \rightarrow M = 8,7 \times 10^{36} \text{ kg} = 4,4 \times 10^6 M_S$: valeur de l'article confirmée.

