

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL — SESSION 2026
Physique-Chimie — Enseignement de spécialité
MÉTROPOLE — SUJET DE SECOURS 2 (SUJET 26-PYCJ2ME2)

CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Rédaction conforme à une copie notée 20/20

Comment utiliser ce corrigé. Le texte contenu dans les **cadres bleus** correspond à ce qu'il faut effectivement écrire sur la copie : phrase d'introduction, formule littérale, application numérique, résultat avec unité et bon nombre de chiffres significatifs, puis conclusion. Les encadrés orange « Note du professeur » ne font pas partie de la copie : ce sont des conseils de méthode et des pièges à éviter.

Répartition des points : Exercice 1 — 9 points • Exercice 2 — 5 points • Exercice 3 — 6 points.
Durée : 3 h 30.

Corrigé non officiel, proposé par Génies des Sciences. Il ne s'agit pas du barème du jury.

Exercice 1 — La tomate, un fruit plein de ressources (9 points)

1. Extraction du lycopène de la tomate

Q1 Donner deux arguments en faveur de l'utilisation de l'acétate d'éthyle comme solvant d'extraction du lycopène de la tomate.

Argument 1 — le lycopène y est très soluble. D'après le tableau, la solubilité du lycopène est *très grande* dans l'acétate d'éthyle, alors qu'elle est *très faible* dans l'eau. Le lycopène quitte donc massivement la phase aqueuse pour passer dans le solvant : l'extraction est efficace.

Argument 2 — l'acétate d'éthyle est peu miscible à l'eau. Sa miscibilité avec l'eau est *faible* : deux phases distinctes se forment dans l'ampoule à décanter, et l'on peut donc les séparer par décantation. Avec l'éthanol, totalement miscible à l'eau, aucune séparation ne serait possible.

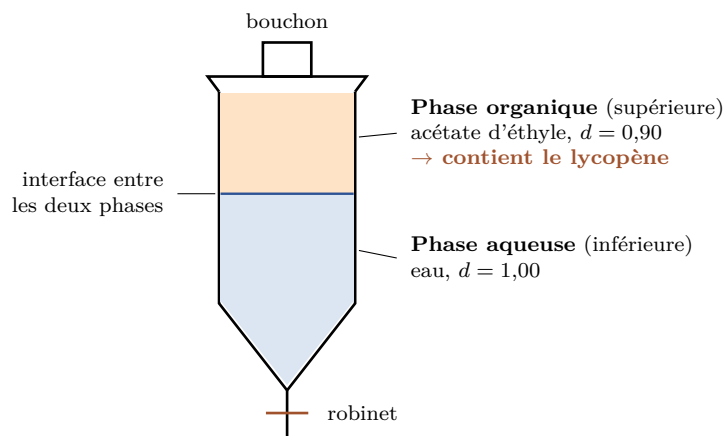
L'acétate d'éthyle réunit les deux conditions d'un bon solvant d'extraction : forte solubilité de l'espèce à extraire et non-miscibilité avec l'eau.

Argument supplémentaire (sécurité) : le dichlorométhane satisferait lui aussi ces deux critères, mais il porte le pictogramme « danger pour la santé » (effets graves à long terme), absent de l'acétate d'éthyle. À efficacité comparable, on choisit donc le solvant le moins dangereux.

Q2 Réaliser le schéma de l'ampoule à décanter après décantation et indiquer les positions relatives des phases organique et aqueuse, en précisant dans quelle phase se situe le lycopène.

Les densités permettent de placer les deux phases : celle de l'acétate d'éthyle vaut 0,90, celle de l'eau 1,00. La phase organique est donc **moins dense** que la phase aqueuse : elle se place **au-dessus**.





Le lycopène se situe dans la phase organique, c'est-à-dire la phase supérieure.

En effet, sa solubilité est très grande dans l'acétate d'éthyle et très faible dans l'eau : il est donc passé quasi intégralement dans la phase organique lors de l'agitation.

Note du professeur

C'est la comparaison des *densités* qui décide de la position des phases — jamais l'intuition. Ici $d_{\text{acétate}} = 0,90 < d_{\text{eau}} = 1,00$, donc la phase organique est au-dessus. Avec le dichlorométhane ($d = 1,33$), ce serait l'inverse. Ne pas oublier de faire figurer le *bouchon* et le *robinet* sur le schéma : ce sont des éléments attendus.

Q3 Justifier la couleur jaune de la solution S_0 .

Lecture du spectre (figure 1). La courbe de la solution S_0 présente un maximum d'absorbance :

$$A_{\text{max}} \approx 1,15 \quad \text{pour} \quad \lambda_{\text{max}} \approx 4,4 \times 10^2 \text{ nm}$$

Exploitation du cercle chromatique. La longueur d'onde 440 nm appartient au domaine du **violet** (400–450 nm) : c'est donc la radiation violette que la solution absorbe le plus.

Or la couleur perçue d'une solution est la **couleur complémentaire** de la couleur absorbée, c'est-à-dire celle qui lui est diamétralement opposée sur le cercle chromatique. Le complémentaire du violet est le **jaune**.

La solution S_0 absorbe le violet : elle apparaît donc bien de couleur jaune.

Q4 En utilisant la loi de Beer-Lambert, montrer que la concentration en lycopène dans la solution S_1 est proche de $C_1 = 0,95 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

La loi de Beer-Lambert s'écrit $A = \varepsilon \times \ell \times C$. Les deux spectres portent sur la *même espèce* (le lycopène), enregistrés à la *même longueur d'onde* et dans des cuves de *même épaisseur* : ε et ℓ sont donc identiques pour les deux solutions. L'absorbance est alors **proportionnelle à**



la concentration :

$$\frac{A_1}{C_1} = \frac{A_0}{C_0} = \varepsilon \ell \quad \Rightarrow \quad C_1 = C_0 \times \frac{A_1}{A_0}$$

Lectures sur la figure 1, effectuées à la longueur d'onde du maximum d'absorption ($\lambda_{\max} \approx 440 \text{ nm}$), là où la précision est la meilleure :

$$A_0 \approx 1,15 \quad \text{et} \quad A_1 \approx 0,61$$

$$C_1 = 1,8 \times 10^{-5} \times \frac{0,61}{1,15}$$

$$C_1 = 0,95 \times 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1} : \text{la valeur annoncée est bien vérifiée.}$$

Note du professeur

Deux réflexes à avoir : **(1)** lire les deux absorbances à la même longueur d'onde, sans quoi la proportionnalité ne s'applique pas ; **(2)** choisir pour cela $\lambda_{\max}$, où les courbes sont les plus hautes et les moins pentues — c'est là que la lecture est la plus fiable.

Q5 En déduire la masse de lycopène extraite. Commenter, sachant que 100 g de tomate fraîche contiennent quelques milligrammes de lycopène.

La solution S_1 occupe le volume de la fiole jaugée, $V = 100 \text{ mL} = 0,100 \text{ L}$. Elle contient tout le lycopène extrait :

$$n(\text{lycopène}) = C_1 \times V = 0,95 \times 10^{-5} \times 0,100 = 9,5 \times 10^{-7} \text{ mol}$$

$$m(\text{lycopène}) = n \times M_{\text{lycopène}} = 9,5 \times 10^{-7} \times 536 = 5,1 \times 10^{-4} \text{ g}$$

$$m = 5,1 \times 10^{-4} \text{ g} = 0,51 \text{ mg de lycopène extrait}$$

Commentaire. Cette masse a été extraite de 25 g de tomate fraîche. Ramenée à 100 g :

$$m_{100 \text{ g}} = 0,51 \times \frac{100}{25} = 2,0 \text{ mg}$$

On obtient bien « quelques milligrammes pour 100 g de tomate fraîche » : le résultat est cohérent avec la valeur annoncée par l'énoncé, ce qui valide l'ensemble du protocole d'extraction et du dosage spectrophotométrique.

On peut ajouter que ce rendement est nécessairement une *borne inférieure* : une partie du lycopène reste piégée dans le résidu solide de broyage et dans la phase aqueuse.

2. Le lycopène, une espèce chimique pleine de ressources



Q6 Nommer les familles chimiques associées aux groupes caractéristiques **A** et **B** entourés sur la figure 2.

- **Groupe A** (espèce 1) : un atome de carbone doublement lié à un atome d'oxygène et simplement lié à un second atome d'oxygène, lui-même lié à un groupe CH_3 . C'est le **groupe ester** $-\text{COO}-$.

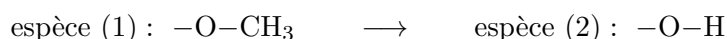
Groupe A → famille des esters

- **Groupe B** (espèce 2) : un atome de carbone doublement lié à un atome d'oxygène et simplement lié à un groupe hydroxyle $-\text{OH}$. C'est le **groupe carboxyle** $-\text{COOH}$.

Groupe B → famille des acides carboxyliques

Q7 Choisir la catégorie de réaction correspondant à l'équation de la figure 2, parmi substitution, élimination ou addition. Justifier.

Comparons les squelettes carbonés du réactif (1) et du produit (2) : ils sont **identiques** ($\text{C}_{19}\text{H}_{27}-\text{CH}=\text{CH}-\text{CO}^-$). Seul change ce qui est fixé sur l'atome de carbone du groupe carbonyle :



Le groupe méthoxy $-\text{OCH}_3$ a donc été **remplacé** par un groupe hydroxyle $-\text{OH}$: un groupe d'atomes a été échangé contre un autre, sans modification du nombre de liaisons ni du squelette carboné.

Il s'agit d'une réaction de substitution.

Contrôle : ce n'est pas une *addition* (le nombre de liaisons multiples est inchangé, aucune molécule ne s'est fixée sur une double liaison), ni une *élimination* (aucune double liaison n'est apparue, et il se forme deux produits par échange et non par départ d'une petite molécule). Cette transformation est l'**hydrolyse d'un ester**, qui donne un acide carboxylique et un alcool.

Q8 Expliquer en quoi l'étude comparative des spectres IR du réactif (1) et du produit obtenu permettrait de vérifier que la synthèse a bien eu lieu.

Comparons les liaisons présentes dans les deux espèces :

	Espèce (1) — ester	Espèce (2) — acide carboxylique
liaison $\text{C}=\text{O}$	oui	oui
liaison $\text{O}-\text{H}$	non	oui (du groupe $-\text{COOH}$)

La liaison $\text{C}=\text{O}$ est présente dans les *deux* espèces : sa bande (forte et fine, $1650-1730 \text{ cm}^{-1}$) ne permet donc pas de conclure. En revanche, la liaison $\text{O}-\text{H}$ n'existe que dans le produit.



Si le spectre du produit purifié présente une bande forte et large entre 3200 et 3700 cm^{-1} , *absente* du spectre du réactif (1), c'est que le groupe hydroxyle du groupe carboxyle est bien apparu : la synthèse a eu lieu.

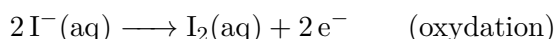
L'absence de cette bande sur le spectre du réactif et sa présence sur celui du produit constituent donc, à elles deux, la preuve recherchée.

3. Modélisation des propriétés antioxydantes de la tomate

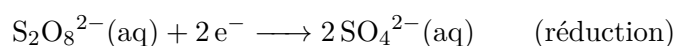
Q9 Écrire les deux demi-équations électroniques et les deux couples oxydant-réducteur mis en jeu dans la « réaction modèle ».

L'équation de la réaction modèle est $2\text{I}^-(\text{aq}) + \text{S}_2\text{O}_8^{2-}(\text{aq}) \longrightarrow \text{I}_2(\text{aq}) + 2\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$.

— Couple $\text{I}_2(\text{aq}) / \text{I}^-(\text{aq})$ — les ions iodure *cèdent* des électrons, ils sont **oxydés** : c'est le **réducteur**.



— Couple $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}(\text{aq}) / \text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$ — les ions peroxodisulfate *captent* des électrons, ils sont **réduits** : c'est l'**oxydant**.



Vérification : en additionnant les deux demi-équations, les 2 électrons se simplifient et l'on retrouve exactement l'équation de la réaction modèle. ✓

Q10 Justifier que les ions peroxodisulfate jouent le même rôle que les radicaux libres lors de la transformation chimique.

L'énoncé décrit les radicaux libres comme « des **oxydants** puissants » responsables de la dégradation des molécules organiques des cellules.

Or, d'après la question Q9, l'ion peroxodisulfate $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}$ est précisément l'**oxydant** de la réaction modèle : c'est lui qui capte les électrons de l'autre réactif, provoquant sa transformation.

Les ions peroxodisulfate tiennent donc, dans la réaction modèle, exactement le rôle que les radicaux libres tiennent dans l'organisme : celui de l'espèce oxydante qui attaque les autres molécules.

C'est ce qui légitime la modélisation : étudier l'action du lycopène sur les ions peroxodisulfate revient à étudier son action sur les radicaux libres.



Q11 Définir le temps de demi-réaction noté $t_{1/2}$.

Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle l'**avancement** de la réaction atteint la **moitié de sa valeur finale**.

Ici la transformation est totale et l'ion peroxodisulfate est le réactif limitant (cf. question Q16) : $t_{1/2}$ est donc la durée au bout de laquelle la *moitié* des ions peroxodisulfate initialement présents a été consommée.

Q12 Déterminer graphiquement sa valeur.

On lit d'abord sur la figure 3 la concentration initiale en ions peroxodisulfate, à $t = 0$:

$$[\text{S}_2\text{O}_8^{2-}]_i = 2,83 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Le temps de demi-réaction correspond à l'instant où cette concentration a été divisée par deux :

$$\frac{[\text{S}_2\text{O}_8^{2-}]_i}{2} = \frac{2,83}{2} = 1,42 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$$

On repère cette ordonnée sur le graphique et l'on projette sur l'axe des abscisses :

$$t_{1/2} \approx 20 \text{ s} \quad (\text{lecture graphique à } \pm 2 \text{ s près})$$

Q13 Définir la vitesse volumique de disparition des ions peroxodisulfate.

La vitesse volumique de disparition d'un réactif est l'**opposé de la dérivée par rapport au temps de sa concentration** :

$$v = - \frac{\text{d} [\text{S}_2\text{O}_8^{2-}]}{\text{d}t}$$

On prend l'opposé afin que la vitesse soit une grandeur *positive*, alors que la concentration du réactif *diminue* au cours du temps. Elle s'exprime en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q14 Discuter la compatibilité des résultats présentés en figure 4 avec le modèle d'une réaction dont la cinétique est d'ordre 1.

Ce que prévoit le modèle. Une cinétique d'ordre 1 signifie que la vitesse est *proportionnelle* à la concentration du réactif :

$$v = k \times [\text{S}_2\text{O}_8^{2-}]$$

Le graphe de v en fonction de $[\text{S}_2\text{O}_8^{2-}]$ doit donc être une **droite passant par l'origine**, de coefficient directeur la constante de vitesse k .

Ce que montre la figure 4. Les points expérimentaux sont effectivement **globalement alignés** le long d'une droite qui **passe par l'origine** : lorsque la concentration tend vers zéro, la vitesse tend elle aussi vers zéro, sans ordonnée à l'origine.



Les résultats de la figure 4 sont donc compatibles avec le modèle d'une cinétique d'ordre 1.

Réserve à formuler. L'alignement n'est pas parfait : le point de plus forte concentration (vers $1,8 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$) s'écarte nettement au-dessus de la droite. Le modèle d'ordre 1 décrit donc correctement la transformation sur l'essentiel du domaine étudié, mais paraît mis en défaut aux concentrations les plus élevées, c'est-à-dire aux tout premiers instants.

Note du professeur

Ce qu'il faut absolument écrire, c'est le *critère* : ordre 1 $\Leftrightarrow$ droite passant par l'**origine**. Répondre seulement « les points sont alignés » ne suffit pas — une droite d'ordonnée à l'origine non nulle traduirait un tout autre modèle. Signaler le point aberrant est valorisé : un corrigé honnête ne gomme pas ce qui dépasse.

Q15 Expliquer qualitativement la présence d'un palier au début des courbes associées aux expériences B, C et D.

Les solutions B, C et D contiennent de l'**eau de tomate**, donc du **lycopène** ; la solution A n'en contient pas.

Le lycopène est un antioxydant : il réagit lui aussi avec les ions peroxodisulfate, et il le fait **prioritairement**, avant que ceux-ci n'aient le temps d'oxyder les ions iodure. Tant qu'il reste du lycopène dans le milieu, les ions peroxodisulfate introduits sont donc consommés par lui : la « réaction modèle » ne se produit pratiquement pas et il ne se forme quasiment pas de diiode.

D'où le palier initial à $[I_2] \approx 0$: c'est la durée pendant laquelle le lycopène « protège » les ions iodure.

Une fois tout le lycopène consommé, les ions peroxodisulfate restants réagissent avec les ions iodure et la concentration en diiode se met à croître.

Vérification sur la figure 5 : la durée du palier augmente avec le volume d'eau de tomate utilisé (B : 5,0 mL < C : 10,0 mL < D : 20,0 mL), donc avec la quantité de lycopène. C'est bien ce que l'on observe.

Q16 Déterminer le réactif limitant de la « réaction modèle » dans l'étude menée avec la solution A.

Calculons les quantités de matière initiales des deux réactifs :

$$n_i(I^-) = C \times V(KI) = 1,0 \times 5,0 \times 10^{-3} = 5,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$n_i(S_2O_8^{2-}) = [S_2O_8^{2-}]_i \times V = 0,017 \times 5,0 \times 10^{-3} = 8,5 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

D'après l'équation $2I^-(aq) + S_2O_8^{2-}(aq) \longrightarrow I_2(aq) + 2SO_4^{2-}(aq)$, les nombres stœchiométriques valent 2 pour I^- et 1 pour $S_2O_8^{2-}$. On compare donc les quotients :

$$\frac{n_i(I^-)}{2} = \frac{5,0 \times 10^{-3}}{2} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ mol} \quad \text{et} \quad \frac{n_i(S_2O_8^{2-})}{1} = 8,5 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

$$8,5 \times 10^{-5} \ll 2,5 \times 10^{-3}$$



Le réactif limitant est l'ion peroxodisulfate $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}$.

Les ions iodure sont en très large excès (environ 30 fois la quantité nécessaire), ce qui est cohérent avec le fait que l'on suive la disparition des seuls ions peroxodisulfate.

Note du professeur

Erreur classique : comparer directement $5,0 \times 10^{-3}$ et $8,5 \times 10^{-5}$ sans diviser par les nombres stœchiométriques. Ici la conclusion serait la même, mais la méthode ne serait pas juste — et elle donnerait un résultat faux dans d'autres situations. Toujours comparer les quotients $\frac{n_i}{\text{nombre stœchiométrique}}$.

Q17 Retrouver, par le calcul, la valeur finale de la concentration en diiode de l'expérience avec la solution A.

La transformation est **totale** et l'ion peroxodisulfate est le réactif limitant : il est donc entièrement consommé à l'état final. L'avancement maximal vaut :

$$x_{\max} = n_i(\text{S}_2\text{O}_8^{2-}) = 8,5 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

D'après l'équation, il se forme *une* mole de diiode par mole d'ions peroxodisulfate consommée :

$$n_f(\text{I}_2) = x_{\max} = 8,5 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

Le volume total du mélange est la somme des volumes introduits :

$$V_{\text{tot}} = 5,0 + 20,0 + 5,0 = 30,0 \text{ mL} = 30,0 \times 10^{-3} \text{ L}$$

$$[\text{I}_2]_f = \frac{n_f(\text{I}_2)}{V_{\text{tot}}} = \frac{8,5 \times 10^{-5}}{30,0 \times 10^{-3}}$$

$$[\text{I}_2]_f = 2,8 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

Cette valeur correspond exactement au palier final lu sur la figure 5 pour l'expérience A ($\approx 0,0028 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$) : le modèle est validé.

Q18 Comparer graphiquement les concentrations finales de diiode obtenues pour les expériences B, C et D à celle de l'expérience A. Commenter au regard de la quantité d'eau de tomate utilisée.

Lectures des paliers finaux sur la figure 5 :

Expérience	A	B	C	D
Volume d'eau de tomate (mL)	0	5,0	10,0	20,0
$[\text{I}_2]_f \text{ (mol}\cdot\text{L}^{-1}\text{)}$	$2,83 \times 10^{-3}$	$2,57 \times 10^{-3}$	$2,23 \times 10^{-3}$	$1,63 \times 10^{-3}$

$$[\text{I}_2]_{f,A} > [\text{I}_2]_{f,B} > [\text{I}_2]_{f,C} > [\text{I}_2]_{f,D}$$



Plus le volume d'eau de tomate utilisé est grand, plus la concentration finale en diiode est faible.

Commentaire. L'eau de tomate apporte du lycopène, qui consomme une partie des ions peroxydisulfate (question Q15). Il en reste donc moins pour oxyder les ions iodure, et la quantité de diiode finalement formée est plus faible. Plus le volume d'eau de tomate est important, plus la quantité de lycopène l'est aussi, et plus la « ponction » sur les ions peroxydisulfate est marquée.

Le réactif limitant restant l'ion peroxydisulfate dans les quatre expériences, cette diminution mesure directement l'efficacité antioxydante du lycopène.

Q19 À partir du graphique, déterminer la quantité de matière d'ions peroxydisulfate ayant réagi avec le lycopène pour la solution D.

Démarche suivie : (1) déterminer, grâce au palier final, la quantité d'ions peroxydisulfate consommée par la réaction modèle dans l'expérience D ; (2) la retrancher de la quantité initiale : la différence a nécessairement réagi avec le lycopène.

Étape 1 — ions peroxydisulfate consommés par la réaction modèle.

D'après la figure 5, le palier final de l'expérience D vaut $[I_2]_{f,D} = 1,63 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Le volume total est inchangé (30,0 mL, puisque les 20,0 mL d'eau de tomate remplacent exactement les 20,0 mL d'eau distillée) :

$$n_f(I_2)_D = 1,63 \times 10^{-3} \times 30,0 \times 10^{-3} = 4,9 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

Or la réaction modèle forme une mole de diiode par mole d'ions peroxydisulfate consommée :

$$n(S_2O_8^{2-})_{\text{réaction modèle}} = n_f(I_2)_D = 4,9 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

Étape 2 — bilan sur les ions peroxydisulfate.

La quantité initiale d'ions peroxydisulfate est la même que pour la solution A, soit $8,5 \times 10^{-5} \text{ mol}$. Ces ions ont été répartis entre deux réactions : celle avec les ions iodure et celle avec le lycopène. D'où :

$$n(S_2O_8^{2-})_{\text{lycopène}} = n_i(S_2O_8^{2-}) - n(S_2O_8^{2-})_{\text{réaction modèle}} = 8,5 \times 10^{-5} - 4,9 \times 10^{-5}$$

$$n(S_2O_8^{2-})_{\text{lycopène}} = 3,6 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

Cela représente $\frac{3,6 \times 10^{-5}}{8,5 \times 10^{-5}} \approx 42 \%$ des ions peroxydisulfate introduits, neutralisés par le lycopène de 20,0 mL d'eau de tomate seulement.



Q20 En analysant les résultats obtenus, justifier l'argument de vente du lycopène comme complément alimentaire pour son pouvoir antioxydant.

Les expériences apportent deux preuves convergentes de l'action antioxydante du lycopène :

- (1) **Le lycopène réagit prioritairement avec l'oxydant.** La présence d'un palier initial d'autant plus long qu'il y a d'eau de tomate (question Q15) montre que le lycopène capte les ions peroxodisulfate *avant* qu'ils n'atteignent les ions iode.
- (2) **Le lycopène neutralise une part importante de l'oxydant.** Pour la solution D, $3,6 \times 10^{-5}$ mol d'ions peroxodisulfate sur les $8,5 \times 10^{-5}$ mol introduites — soit environ **42 %** — ont été consommés par le seul lycopène (question Q19).

Transposition à l'organisme. Les ions peroxodisulfate modélisent les radicaux libres (question Q10), oxydants puissants responsables de la dégradation des molécules organiques des cellules et du vieillissement cellulaire. Le lycopène, en réagissant à leur place, les neutralise avant qu'ils n'attaquent ces molécules.

L'argument de vente est donc bien justifié par les résultats expérimentaux : le lycopène « piège » efficacement les espèces oxydantes et protège les autres molécules de l'oxydation.

Nuance scientifique : ces expériences sont menées *in vitro* sur une réaction modèle. Elles établissent le pouvoir antioxydant du lycopène en solution, mais ne démontrent pas à elles seules un effet bénéfique dans l'organisme, où interviennent l'assimilation, le transport et le métabolisme de la molécule.

Exercice 2 — L'astroscope (5 points)

1. Étude de l'astroscope

Q1 Compléter le schéma de la figure A1 en identifiant l'objectif et l'oculaire de la lunette modélisée.

Une lunette astronomique est constituée de deux lentilles convergentes :

- l'**objectif** est la lentille tournée vers l'astre observé ; c'est celle de *grande* distance focale ($f'_1 = 34$ m). Sur la figure A1, c'est la lentille placée en **haut du mât**, à l'extrémité supérieure du fil tendu ;
- l'**oculaire** est la lentille devant laquelle l'observateur place son œil ; c'est celle de *petite* distance focale ($f'_2 = 7,0$ cm). Sur la figure A1, c'est la lentille **tenue par l'observateur**, en bas du fil.

Encadré du haut → OBJECTIF L_1 ($f'_1 = 34$ m)
Encadré du bas → OCULAIRE L_2 ($f'_2 = 7,0$ cm)

Le fil tendu ne sert qu'à maintenir les deux lentilles alignées sur le même axe optique : il remplace le tube de la lunette, d'où le nom de « lunette sans tube ».



Q2 Montrer que la hauteur minimale du mât nécessaire à la réalisation de l'astroscope est voisine de 25 m.

Le fil tendu, de longueur $f'_1 = 34$ m, fait un angle de 45° avec l'horizontale (figure A1). La dénivellée entre l'oculaire et l'objectif est donc le côté vertical du triangle rectangle correspondant :

$$\Delta h = f'_1 \times \sin(45^\circ) = 34 \times 0,707 = 24 \text{ m}$$

L'observateur tenant l'oculaire à hauteur d'homme, soit environ 1,5 m au-dessus du sol, la hauteur du mât mesurée depuis le sol doit valoir au moins :

$$h_{\text{mât}} = \Delta h + 1,5 \approx 24 + 1,5 \approx 25,5 \text{ m}$$

La hauteur minimale du mât est bien voisine de 25 m.

On mesure ici la prouesse technique de Huygens : construire un instrument de 34 m de long sans tube, en tendant simplement un fil le long d'un mât de la hauteur d'un immeuble de huit étages.

Note du professeur

L'essentiel de la question est le calcul $f'_1 \times \sin 45^\circ = 24$ m, qui suffit à obtenir « voisine de 25 m » à la précision demandée. Ajouter la hauteur de l'observateur est un raffinement apprécié, mais ce n'est pas ce qui est attendu en priorité. Attention à ne pas confondre : le fil a pour longueur f'_1 , ce n'est pas la hauteur qui vaut f'_1 — d'où le sinus.

2. Mesure de l'angle sous lequel est vue Jupiter

Q3 Placer, sur la figure A2, le foyer objet de l'oculaire F_2 permettant de remplir la condition décrite par Jacques Cassini.

Jacques Cassini écrit qu'il faut « réunir le foyer oculaire à celui de l'objectif », c'est-à-dire faire coïncider le **foyer objet de l'oculaire** F_2 avec le **foyer image de l'objectif** F'_1 .

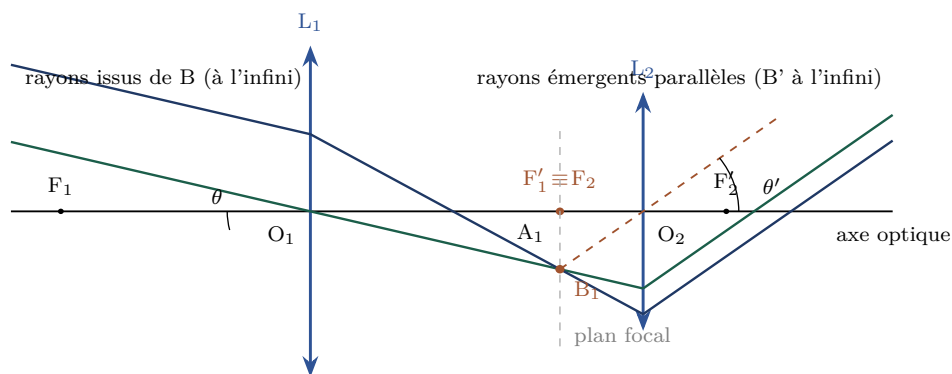
On place F_2 confondu avec F'_1 .

C'est la **condition d'afocalité** de la lunette : elle garantit qu'un objet situé à l'infini (un astre) donne une image elle aussi à l'infini, observable sans accommodation par l'œil. On en déduit au passage la distance entre les deux lentilles :

$$O_1O_2 = f'_1 + f'_2 = 34 + 0,070 = 34,07 \text{ m} \approx 34 \text{ m}$$

Q4 Tracer, sur la figure A2, la marche de deux rayons issus d'un point B très éloigné et émergeant de la lunette vers un point B' , très éloigné. On fera apparaître l'image B_1 de B donnée par la lentille L_1 .





Construction, étape par étape.

1. Le point B étant à l'infini, tous les rayons qui en proviennent arrivent **parallèles entre eux**, inclinés de l'angle θ sur l'axe optique.
2. Le rayon qui passe par le centre optique O_1 n'est **pas dévié** : il donne directement la position de l'image. Celle-ci se forme dans le **plan focal image** de L_1 (B étant à l'infini) : B_1 est à l'intersection de ce rayon et du plan focal.
3. Le second rayon, parallèle au premier, émerge de L_1 en passant lui aussi par B_1 : les deux rayons se croisent bien en ce point.
4. Comme F_2 est confondu avec F_1' (question Q3), le point B_1 se trouve dans le **plan focal objet** de l'oculaire : les rayons qui en sont issus émergent de L_2 **parallèles entre eux**. Leur direction commune est donnée par le rayon de construction B_1O_2 , qui n'est pas dévié (en pointillé orange).

Les rayons émergents sont parallèles : l'image définitive B' est bien à l'infini, vue sous l'angle $\theta' > \theta$. La lunette est afocale.

Q5 Montrer que la relation entre le grossissement de l'astroscopie et les distances focales f_1' et f_2' est $G = \frac{f_1'}{f_2'}$.

Notons A_1B_1 la taille de l'image intermédiaire, A_1 étant sur l'axe optique.

Angle θ sous lequel l'astre est vu à l'œil nu.

θ est l'angle sous lequel l'objet est vu depuis l'objectif. Dans le triangle rectangle $O_1A_1B_1$, avec $O_1A_1 = O_1F_1' = f_1'$:

$$\tan \theta = \frac{A_1B_1}{f_1'}$$

Angle θ' sous lequel l'image est vue à travers l'oculaire.

Le point B_1 étant dans le plan focal objet de L_2 , à la distance $A_1O_2 = f_2'$ de l'oculaire, le triangle rectangle $O_2A_1B_1$ donne :

$$\tan \theta' = \frac{A_1B_1}{f_2'}$$

Grossissement.



Les angles sont très petits devant 1 rad : $\tan \theta \approx \theta$ et $\tan \theta' \approx \theta'$.

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{\frac{A_1 B_1}{f_2'}}{\frac{A_1 B_1}{f_1'}} = \frac{A_1 B_1}{f_2'} \times \frac{f_1'}{A_1 B_1}$$

La taille $A_1 B_1$ de l'image intermédiaire se simplifie :

$$G = \frac{f_1'}{f_2'}$$

Q6 Préciser, en argumentant, si l'on peut estimer que la valeur déterminée par Huygens est en accord avec θ_{ref} .

Étape 1 — grossissement de l'astroscope.

$$G = \frac{f_1'}{f_2'} = \frac{34}{0,070} = 4,9 \times 10^2$$

Étape 2 — angle déterminé par Huygens.

De $G = \frac{\theta'}{\theta}$ on tire :

$$\theta = \frac{\theta'}{G} = \frac{9,4 \times 10^{-2}}{4,9 \times 10^2} = 1,9 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

Étape 3 — incertitude-type associée.

$$u(\theta) = \theta \times \sqrt{\left(\frac{u(\theta')}{\theta'}\right)^2 + \left(\frac{u(G)}{G}\right)^2} = 1,9 \times 10^{-4} \times \sqrt{\left(\frac{2 \times 10^{-3}}{9,4 \times 10^{-2}}\right)^2 + \left(\frac{40}{4,9 \times 10^2}\right)^2}$$

$$u(\theta) = 1,9 \times 10^{-4} \times \sqrt{(0,021)^2 + (0,082)^2} = 1,9 \times 10^{-4} \times 0,085 = 1,6 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

Étape 4 — comparaison à la valeur de référence.

On forme le quotient proposé par l'énoncé, avec $\theta_{\text{ref}} = 2,2 \times 10^{-4} \text{ rad}$: En conservant la valeur non arrondie $\theta = 1,935 \times 10^{-4} \text{ rad}$:

$$\frac{|\theta - \theta_{\text{ref}}|}{u(\theta)} = \frac{|1,935 \times 10^{-4} - 2,2 \times 10^{-4}|}{1,6 \times 10^{-5}} = \frac{2,6 \times 10^{-5}}{1,6 \times 10^{-5}} = 1,6$$

Ce quotient est **inférieur à 2** : l'écart entre la mesure de Huygens et la valeur de référence s'explique par les incertitudes de mesure.

La valeur déterminée par Huygens est bien en accord avec θ_{ref} .

C'est remarquable : avec un instrument de fortune fait d'un fil et de deux lentilles, Huygens obtenait dès 1683 le diamètre apparent de Jupiter à environ 12 % de la valeur admise aujourd'hui.



Note du professeur

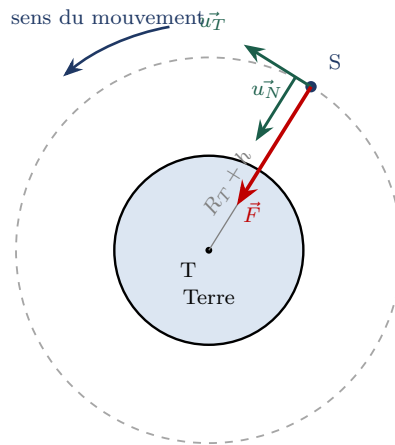
La formule de propagation fournie fait intervenir les incertitudes *relatives*. On constate ici que c'est celle sur le grossissement (8,2 %) qui domine largement celle sur l'angle mesuré (2,1 %) : c'est la connaissance imprécise des distances focales, et non la visée, qui limite la précision de l'expérience. Ce type de commentaire est toujours valorisé.

Exercice 3 — Surveillance de la fonte des glaces (6 points)

1. Un satellite autour de la Terre

- Q1** Représenter sur un schéma la Terre de centre T , le satellite S , le repère de Frenet ($S; \vec{u}_T, \vec{u}_N$) et le sens du mouvement.

(Le vecteur force $\vec{F}$ demandé à la question Q3 est également représenté sur ce schéma.)



Le vecteur $\vec{u}_T$ est **tangent** à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement ; le vecteur $\vec{u}_N$ est **normal** à la trajectoire et orienté vers le centre T de celle-ci.

- Q2** Exprimer, dans le repère de Frenet, la force $\vec{F}$ exercée par la Terre sur le satellite S , en fonction notamment de l'altitude h .

D'après la loi de la gravitation universelle, la Terre (masse M_T) attire le satellite (masse m) avec une force de valeur $F = G \frac{M_T m}{d_{TS}^2}$, où d_{TS} est la distance entre les centres. Or l'énoncé précise $h = d_{TS} - R_T$, donc $d_{TS} = R_T + h$.

Cette force est dirigée du satellite *vers* le centre T de la Terre, c'est-à-dire selon le vecteur $\vec{u}_N$ du repère de Frenet :

$$\vec{F} = G \frac{M_T m}{(R_T + h)^2} \vec{u}_N$$



Q3 Représenter sans souci d'échelle le vecteur force $\vec{F}$ sur le schéma de la question Q1.

Le vecteur $\vec{F}$ est représenté en rouge sur le schéma de la question Q1 : il a pour origine le point S, et il est dirigé de S vers T, c'est-à-dire dans le sens de $\vec{u}_N$.

$\vec{F}$ est colinéaire à $\vec{u}_N$ et de même sens : la force gravitationnelle est toujours centripète.

Q4 Montrer que l'expression du vecteur accélération du satellite dans le référentiel géocentrique est $\vec{a} = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \vec{u}_N$.

Système : le satellite S, de masse m , assimilé à un point matériel.

Référentiel : géocentrique, supposé galiléen.

Bilan des forces : le satellite n'est soumis qu'à l'attraction gravitationnelle de la Terre (énoncé).

D'après la deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a} \quad \Rightarrow \quad G \frac{M_T m}{(R_T + h)^2} \vec{u}_N = m \vec{a}$$

La masse m du satellite se simplifie de part et d'autre :

$$\vec{a} = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \vec{u}_N$$

On remarquera que l'accélération ne dépend **pas** de la masse du satellite — remarque qui servira directement à la question Q14.

Q5 En déduire l'expression de la valeur de la vitesse v du satellite. Justifier que cette vitesse est constante au cours du mouvement.

Dans le repère de Frenet, pour un mouvement circulaire de rayon $R_T + h$, le vecteur accélération se décompose en :

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_T + \frac{v^2}{R_T + h} \vec{u}_N$$

En identifiant avec l'expression obtenue à la question Q4, qui ne comporte *aucune* composante selon $\vec{u}_T$:

$$\frac{dv}{dt} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{v^2}{R_T + h} = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

Vitesse constante. La première égalité montre que la dérivée de v par rapport au temps est nulle : la valeur de la vitesse est donc **constante**, et le mouvement est **circulaire uniforme**.

Expression de la vitesse. La seconde égalité donne :

$$v^2 = \frac{G M_T}{R_T + h} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{G M_T}{R_T + h}}$$



Q6 Montrer que l'expression de la période de révolution T du satellite peut s'écrire $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G M_T}}$.

Le mouvement étant circulaire uniforme, le satellite parcourt la circonférence de son orbite, $2\pi(R_T + h)$, à la vitesse constante v , pendant une période T :

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v}$$

En y reportant l'expression de v obtenue à la question Q5 :

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{\sqrt{\frac{G M_T}{R_T + h}}} = 2\pi(R_T + h) \times \sqrt{\frac{R_T + h}{G M_T}}$$

On fait entrer le facteur $(R_T + h)$ sous la racine, où il devient $(R_T + h)^2$:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G M_T}}$$

Q7 Calculer la période de révolution T du satellite.

Conversion préalable dans les unités du système international :

$$R_T + h = 6371 + 490 = 6861 \text{ km} = 6,861 \times 10^6 \text{ m}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(6,861 \times 10^6)^3}{6,674 \times 10^{-11} \times 5,972 \times 10^{24}}} = 2\pi\sqrt{\frac{3,230 \times 10^{20}}{3,986 \times 10^{14}}} = 2\pi\sqrt{8,103 \times 10^5}$$

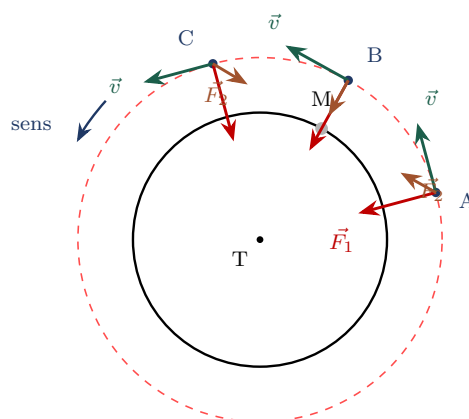
$$T = 5,66 \times 10^3 \text{ s, soit environ 94 minutes (1 h 34 min)}$$

Cette valeur est cohérente avec une orbite basse : les satellites de la mission GRACE font environ 15 fois le tour de la Terre chaque jour.

2. Détection d'un objet massif par un couple de satellites

Q8 Représenter, sur la figure de l'annexe 2, pour chaque position A, B et C du satellite : la force $\vec{F}_1$ exercée par la Terre, la force $\vec{F}_2$ exercée par l'objet massif M, et la vitesse $\vec{v}$ du satellite.





$\vec{F}_1$: force de la Terre $\vec{F}_2$: force de l'objet M $\vec{v}$: vitesse

- $\vec{F}_1$ (**rouge**) : toujours dirigée du satellite vers le centre T de la Terre, et de même valeur aux trois positions (le rayon de l'orbite est constant) ;
- $\vec{v}$ (**vert**) : toujours **tangente** à la trajectoire, dans le sens du mouvement ;
- $\vec{F}_2$ (**orange**) : dirigée du satellite vers l'objet massif M, donc *vers l'avant* en A (M est devant le satellite), *quasiment radiale* en B (le satellite survole M), et *vers l'arrière* en C. Sa valeur est bien plus faible que celle de $\vec{F}_1$ (la perturbation est faible) ; les longueurs des vecteurs ne sont toutefois pas à l'échelle, comme l'autorise l'énoncé.

Q9 Justifier que le travail de la force $\vec{F}_1$ est nul entre les points A et C.

La trajectoire du satellite est un cercle de centre T. Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est donc à chaque instant **tangent** au cercle, tandis que la force $\vec{F}_1$ est **radiale** (dirigée vers T).

$\vec{F}_1$ est donc constamment perpendiculaire au déplacement du satellite.

Or le travail élémentaire d'une force s'écrit $\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$, produit scalaire nul lorsque les deux vecteurs sont orthogonaux. Chaque travail élémentaire étant nul, le travail total entre A et C l'est aussi :

$$W_{A \rightarrow C}(\vec{F}_1) = 0$$

Q10 Justifier que le travail de la force $\vec{F}_2$ est positif entre les points A et B, puis négatif entre les points B et C.

Entre A et B — le satellite se rapproche de M.

D'après le schéma de la question Q8, en A la force $\vec{F}_2$ est dirigée vers M, c'est-à-dire *vers l'avant* : elle possède une composante tangentielle dans le **même sens** que le déplacement. Le produit scalaire $\vec{F}_2 \cdot d\vec{\ell}$ est donc positif :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_2) > 0 \quad : \text{la force est motrice}$$



Entre B et C — le satellite s'éloigne de M.

Après le survol, la force $\vec{F}_2$, toujours dirigée vers M, pointe désormais *vers l'arrière* : sa composante tangentielle est de **sens opposé** au déplacement. Le produit scalaire est alors négatif :

$$W_{B \rightarrow C}(\vec{F}_2) < 0 \quad : \text{ la force est } \mathbf{résistante}$$

(Au point B précisément, $\vec{F}_2$ est quasiment radiale, donc perpendiculaire au déplacement : sa composante tangentielle s'annule et change de signe.)

Q11 En déduire que la valeur de la vitesse du satellite augmente jusqu'au point B et diminue ensuite.

Appliquons le **théorème de l'énergie cinétique** au satellite, entre deux points de sa trajectoire :

$$\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{\text{ext}}) = W(\vec{F}_1) + W(\vec{F}_2)$$

Or $W(\vec{F}_1) = 0$ sur tout le trajet (question Q9). Il reste donc $\Delta E_c = W(\vec{F}_2)$.

Entre A et B.

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_2) > 0 \implies \Delta E_c > 0 \implies E_c = \frac{1}{2}mv^2 \text{ augmente} \implies v \mathbf{augmente}$$

Entre B et C.

$$W_{B \rightarrow C}(\vec{F}_2) < 0 \implies \Delta E_c < 0 \implies v \mathbf{diminue}$$

La vitesse du satellite augmente jusqu'au point B (survol de l'objet massif), puis diminue ensuite : elle passe par un maximum en B.

Q12 Déterminer à quel domaine appartient l'onde utilisée par les satellites de GRACE.

Calculons la fréquence de l'onde, de longueur d'onde $\lambda \approx 10^{-2}$ m dans le vide :

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,00 \times 10^8}{10^{-2}} = 3 \times 10^{10} \text{ Hz}$$

D'après le schéma des domaines d'ondes électromagnétiques, les **micro-ondes** s'étendent de 3×10^9 Hz à 3×10^{11} Hz. Or :

$$3 \times 10^9 < 3 \times 10^{10} < 3 \times 10^{11} \text{ Hz}$$

L'onde utilisée appartient au domaine des micro-ondes.



Q13 Choisir, en justifiant, parmi les propositions (1), (2) et (3), celle qui décrit correctement l'évolution des vitesses des satellites et de leur distance relative.

Élimination de la proposition (3).

La proposition (3) représente deux vitesses *identiques et simultanées*. Or les deux satellites se suivent à 220 km de distance : le satellite 1 survole l'objet massif **avant** le satellite 2. Les deux « bosses » de vitesse mises en évidence à la question Q11 sont donc nécessairement **décalées dans le temps**. La proposition (3) est à écarter.

Choix entre (1) et (2).

Les propositions (1) et (2) présentent toutes deux ce décalage ; elles diffèrent par l'évolution de la distance. Raisonnons sur la distance d séparant les deux satellites, dont la vitesse de variation vaut $\frac{dd}{dt} = v_1 - v_2$:

- **d'abord**, le satellite 1 accélère alors que le satellite 2, encore loin de M, garde sa vitesse initiale : $v_1 > v_2$, donc d **augmente** — le satellite de tête prend de l'avance ;
- **ensuite**, le satellite 1 a dépassé M et ralentit tandis que le satellite 2 accélère à son tour : $v_1 < v_2$, donc d **diminue** et revient à sa valeur initiale.

La distance passe donc par un **maximum**, ce qui correspond à la proposition (2). La proposition (1), où la distance présente un minimum, décrirait la situation inverse.

C'est la proposition (2) qui décrit correctement la modélisation.

Note du professeur

Le point clé est de relier la variation de la *distance* à la *différence* des vitesses : $\frac{dd}{dt} = v_1 - v_2$. C'est la seule façon de trancher entre (1) et (2), qui ne diffèrent que par le sens de variation de d . Se contenter d'écarter (3) rapporte peu de points.

Q14 Préciser, en justifiant, si cette méthode de mesure nécessite que les deux satellites aient la même masse.

Reprenons le raisonnement de la question Q4. La force gravitationnelle exercée sur un satellite est **proportionnelle à sa masse** m ($F = G M m / d^2$), et la deuxième loi de Newton s'écrit $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$. La masse m se simplifie donc de part et d'autre :

$$\vec{a} = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \vec{u}_N + G \frac{M}{d_{SM}^2} \vec{u}_{SM} \quad : \text{expression } \mathbf{indépendante de } m$$

Deux satellites de masses différentes placés au même endroit subissent donc exactement la *même* accélération, et donc la même variation de vitesse au passage au-dessus de l'objet massif.

Non, il n'est pas nécessaire que les deux satellites aient la même masse.

Cette propriété — l'accélération gravitationnelle ne dépend pas de la masse du corps qui la subit — est la même que celle qui fait tomber tous les corps de la même façon dans le vide.



Q15 Indiquer l'effet de la fonte progressive des glaces sur la masse de l'Antarctique. En déduire comment varie, sur plusieurs années, la distance maximale séparant les deux satellites lors de leurs passages au-dessus de ce continent.

Effet sur la masse de l'Antarctique.

La fonte des glaces transforme la glace continentale en eau liquide, qui s'écoule vers les océans et se redistribue sur l'ensemble du globe. La masse localisée sur le continent antarctique **diminue** donc progressivement.

Conséquence sur la distance maximale entre les satellites.

L'objet massif survolé est ici le continent antarctique, de masse M . La force perturbatrice qu'il exerce sur chaque satellite vaut $F_2 = G \frac{Mm}{d_{SM}^2}$: elle est **proportionnelle à M** .

Si M diminue, alors F_2 diminue, donc le travail de $\vec{F}_2$ diminue (question Q10), donc l'accélération puis le ralentissement des satellites sont moins marqués (question Q11) : les « bosses » de vitesse sont plus faibles, et l'écart de vitesse $v_1 - v_2$ entre les deux satellites également.

Sur plusieurs années, la distance maximale séparant les deux satellites lors de leurs passages au-dessus de l'Antarctique diminue.

C'est précisément la mesure de cette diminution, année après année, qui permet à la mission GRACE de *quantifier* la perte de masse de la calotte glaciaire — et donc de suivre la fonte des glaces depuis l'espace.

Récapitulatif des résultats numériques

Exercice 1. Solvant : acétate d'éthyle ; phase organique *au-dessus* ($d = 0,90$) • $\lambda_{\max} \approx 4,4 \times 10^2$ nm (violet absorbé → jaune perçu) • $A_0 = 1,15$, $A_1 = 0,61 \rightarrow C_1 = 0,95 \times 10^{-5}$ mol·L⁻¹ • $m = 0,51$ mg (soit 2,0 mg pour 100 g de tomate) • A : ester, B : acide carboxylique ; réaction de substitution (hydrolyse d'ester) • $t_{1/2} \approx 20$ s • réactif limitant : $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}$ ($8,5 \times 10^{-5}$ mol) • $[\text{I}_2]_f = 2,8 \times 10^{-3}$ mol·L⁻¹ • $n(\text{S}_2\text{O}_8^{2-})_{\text{lycopène}} = 3,6 \times 10^{-5}$ mol (42 %).

Exercice 2. Objectif en haut ($f'_1 = 34$ m), oculaire en bas ($f'_2 = 7,0$ cm) • $h_{\text{mât}} \approx 25$ m • $F_2 \equiv F'_1$ (lunette afocale) • $G = f'_1/f'_2 = 4,9 \times 10^2$ • $\theta = 1,9 \times 10^{-4}$ rad, $u(\theta) = 1,6 \times 10^{-5}$ rad, quotient = $1,6 < 2$: accord avec θ_{ref} .

Exercice 3. $\vec{a} = GM_T/(R_T + h)^2 \vec{u}_N$ • $v = \sqrt{GM_T/(R_T + h)}$ • $T = 5,66 \times 10^3$ s ≈ 94 min • $W(\vec{F}_1) = 0$; $W(\vec{F}_2) > 0$ de A à B puis < 0 de B à C : v maximale en B • $\nu = 3 \times 10^{10}$ Hz : micro-ondes • proposition (2) • masses identiques non nécessaires • la distance maximale diminue au fil des années.

