

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL — SESSION 2026
Physique-Chimie — Enseignement de spécialité

MÉTROPOLE — JOUR 2 (MERCREDI 17 JUIN 2026) (SUJET 26-PYCJ2ME1)

CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Rédaction conforme à une copie notée 20/20

Comment utiliser ce corrigé. Le texte contenu dans les **cadres bleus** correspond à ce qu'il faut *effectivement écrire sur la copie* : phrase d'introduction, formule littérale, application numérique, résultat avec unité et bon nombre de chiffres significatifs, puis conclusion. Les encadrés orange « Note du professeur » ne font pas partie de la copie : ce sont des conseils de méthode et des pièges à éviter.

Répartition des points : Exercice 1 — 9 points • Exercice 2 — 5,5 points • Exercice 3 — 5,5 points.
Durée : 3 h 30.

Corrigé non officiel, proposé par Génies des Sciences. Il ne s'agit pas du barème du jury.

Exercice 1 — Le kéfir de fruit (9 points)

1. Détermination de la concentration des ions chlorure de l'eau du robinet

Q1 Schématiser le dispositif du titrage et légender le matériel et la verrerie, en identifiant clairement où se situent la solution titrante et la solution titrée.

Burette graduée
solution **TITRANTE** :
nitrate d'argent ($\text{Ag}^+ + \text{NO}_3^-$),
 $C = 1,00 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$

conductimètre
 σ

Cellule
conductimétrique

barreau aimanté

agitateur magnétique

Bécher
solution **TITRÉE** :
 $V_1 = 250,0 \text{ mL}$
d'eau du robinet

Le prélèvement des $V_1 = 250,0 \text{ mL}$ d'eau du robinet se fait à la **fiOLE jaugée** de $250,0 \text{ mL}$ (verrerie jaugée, précise), puis on transvase dans le bécher. La solution titrante est introduite dans la **burette graduée**, qui permet de mesurer précisément le volume versé.

Note du professeur

Trois éléments sont indispensables et rapportent les points : (1) la burette au-dessus du bécher, (2) l'indication explicite de ce que contient chaque récipient (titrante en haut, titrée en bas), (3) la cellule conductimétrique plongée dans le bécher et reliée au conductimètre. Ne pas oublier l'agitation magnétique : elle est nécessaire pour homogénéiser le milieu avant chaque



mesure de conductivité.

Q2 Recopier les lignes de code 4 et 5 et les compléter par une valeur numérique.

La solution titrée est l'eau du robinet : $V_1 = 250,0$ mL (le commentaire précise « en mL »).
La solution titrante est le nitrate d'argent : $C = 1,00 \times 10^{-2}$ mol·L⁻¹.

```
4  V1=250.0                                # Volume de solution titrée en mL
5  C=1.00E-2                              # Concentration solution titrante en mol/L
```

Note du professeur

Bien respecter les *unités imposées par les commentaires* du programme : le volume est demandé en mL (donc 250.0 et non 0.250), la concentration en mol/L. L'écriture 1.00E-2 suit le modèle de la ligne 3 (C1=5E-4) ; 0.01 serait également accepté.

Q3 Recopier la ligne de code 7 et la compléter par l'expression du volume à l'équivalence.

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stoechiométriques. Les nombres stoechiométriques de Ag⁺ et Cl⁻ valant tous deux 1 :

$$n(\text{Ag}^+)_{\text{versé}} = n(\text{Cl}^-)_{\text{initial}} \quad \Rightarrow \quad C \times V_E = C_1 \times V_1$$

$$V_E = \frac{C_1 \times V_1}{C}$$

Les volumes étant tous deux exprimés en mL dans le programme, aucune conversion n'est nécessaire :

```
7  VE=C1*V1/C                              # Calcul du volume à l'équivalence en mL
```

Vérification : $V_E = \frac{5 \times 10^{-4} \times 250,0}{1,00 \times 10^{-2}} = 12,5$ mL, ce qui correspond bien à l'abscisse de la rupture de pente observée sur les courbes simulées.

Q4 Recopier puis compléter la ligne 15 du programme, en utilisant les paramètres C et V_E , sur le même modèle que les lignes 11 et 13.

Les listes donnent les quantités de matière pour les trois volumes $V = 0$, $V = V_E$ et $V = V_{\text{max}}$. Pour le chlorure d'argent formé :

- en $V = 0$: aucun ion argent n'a été versé, il ne s'est rien formé $\rightarrow 0$;
- en $V = V_E$: tous les ions argent versés ont réagi, donc $n(\text{AgCl}) = n(\text{Ag}^+)_{\text{versé}} = C \times V_E \times 10^{-3}$ (en mol) ;
- en $V = V_{\text{max}}$: les ions chlorure ont tous été consommés à l'équivalence, il ne s'en forme plus $\rightarrow$ la quantité reste égale à $C \times V_E \times 10^{-3}$.

```
15  nproduit=[0,C*VE*0.001,C*VE*0.001]
```

Le facteur 0.001 convertit les mL en L, exactement comme aux lignes 11 et 13.



Q5 Tracer sur la figure de l'annexe 1 l'évolution de la quantité de matière des ions nitrate en fonction du volume V de solution titrante ajouté.

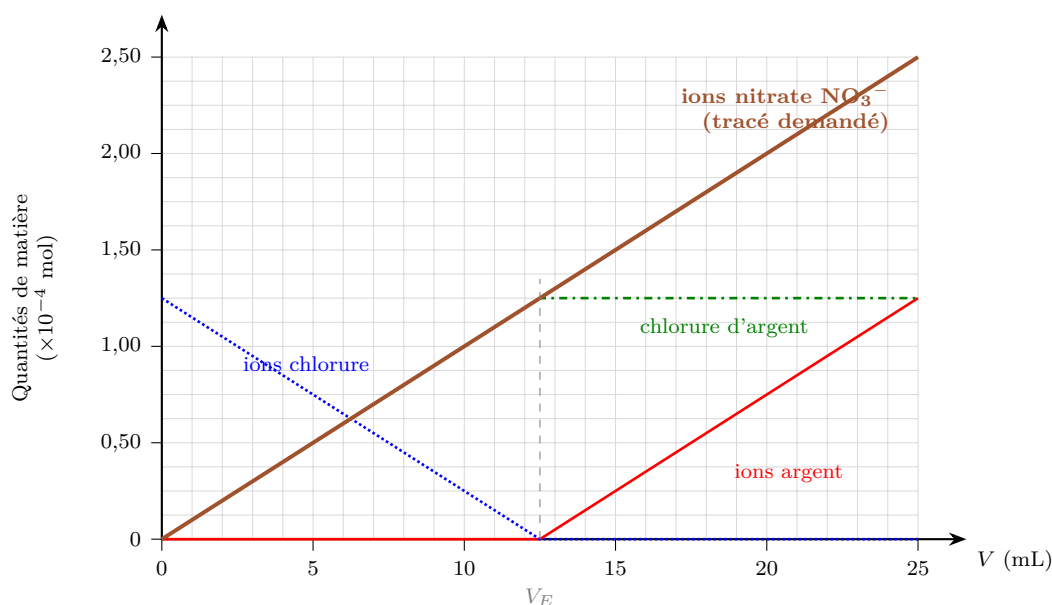
Les ions nitrate NO_3^- sont apportés par la solution titrante et **ne participent pas** à la réaction (ce sont des ions spectateurs) : ils s'accumulent donc dans le bécher au fur et à mesure des ajouts.

$$n(\text{NO}_3^-) = C \times V \quad (V \text{ en L})$$

C'est une fonction **linéaire** de V : le tracé est une **droite passant par l'origine**, de coefficient directeur C , et qui ne présente aucune rupture de pente à l'équivalence.

Deux points suffisent pour la tracer :

$$V = 0 \rightarrow n = 0 \quad \text{et} \quad V = 25,0 \text{ mL} \rightarrow n = 1,00 \times 10^{-2} \times 25,0 \times 10^{-3} = 2,50 \times 10^{-4} \text{ mol}$$



Note du professeur

Deux erreurs fréquentes : faire partir la droite d'une valeur non nulle (il n'y a aucun ion nitrate dans le bécher avant le premier ajout), ou lui faire subir une rupture de pente à l'équivalence. Les ions nitrate étant spectateurs, *rien ne se passe pour eux à l'équivalence* : la droite est continue et de pente constante sur tout le titrage.

Q6 À l'aide des courbes de l'annexe 1, interpréter qualitativement l'évolution de la conductivité au cours du titrage.

La conductivité de la solution est la somme des contributions de tous les ions présents : $\sigma = \sum_i \lambda_i [X_i]$. Il faut donc suivre, grâce aux courbes, quels ions apparaissent et disparaissent.

Avant l'équivalence ($V < V_E$).

Les ions argent versés sont *immédiatement consommés* par la réaction (leur quantité reste nulle sur la courbe rouge). Le bilan est donc le suivant : chaque ion chlorure qui disparaît est remplacé, dans le bécher, par un ion nitrate apporté par la burette. Or :

$$\lambda(\text{NO}_3^-) = 7,1 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1} < \lambda(\text{Cl}^-) = 7,6 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$$

La conductivité **diminue** donc, mais **faiblement**, car les deux conductivités molaires ioniques



sont très proches.

Après l'équivalence ($V > V_E$).

Tous les ions chlorure ont été consommés (la courbe bleue est nulle) : les ions argent versés ne réagissent plus et s'accumulent, en même temps que les ions nitrate. On ajoute donc désormais *deux* ions au milieu sans en retirer aucun. La conductivité **augmente**, et **nettement plus vite** qu'elle ne diminuait avant l'équivalence, puisque les deux contributions s'ajoutent : $\lambda(\text{Ag}^+) + \lambda(\text{NO}_3^-) = 6,2 + 7,1 = 13,3 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$.

La courbe $\sigma = f(V)$ décroît lentement, puis croît nettement : elle présente un minimum au volume équivalent.

C'est exactement l'allure observée expérimentalement sur la figure 2, ce qui permettra de déterminer V_E à la question suivante.

Note du professeur

Ce raisonnement laisse volontairement de côté un effet qui n'est pas anodin : la **dilution**. Le volume total passe de 250,0 mL à 275,0 mL, ce qui abaisse d'environ 9 % la contribution de tous les autres ions de l'eau du robinet (Na^+ , Ca^{2+} , $\text{HCO}_3^- \dots$) — ions dont la quantité de matière, elle, ne varie pas puisqu'ils ne participent pas à la réaction. Cet effet est du même ordre que celui de la substitution $\text{Cl}^- \rightarrow \text{NO}_3^-$, et il explique que la branche descendante de la figure 2 soit plus marquée que ne le laisserait prévoir le seul écart $\lambda(\text{NO}_3^-) - \lambda(\text{Cl}^-)$.

La dilution déforme les deux branches de la courbe, mais elle n'en déplace pas sensiblement le minimum : celui-ci reste au volume équivalent, et c'est le seul point exploité à la question suivante. Le raisonnement de substitution des ions est donc bien celui attendu, et il suffit pour justifier l'allure en V.

Q7 Déterminer la concentration en masse en ions chlorure de cette eau du robinet et conclure sur son utilisation pour réaliser du kéfir.

Démarche suivie : (1) déterminer graphiquement V_E sur la figure 2; (2) en déduire la concentration en quantité de matière des ions chlorure grâce à la relation à l'équivalence; (3) convertir en concentration en masse; (4) comparer à la teneur maximale de $2 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

Étape 1 — détermination graphique de V_E .

D'après la question Q6, le volume équivalent correspond au **minimum** de la courbe $\sigma = f(V)$. On trace les deux portions de droite (avant et après le minimum) et on relève l'abscisse de leur point d'intersection :

$$V_E = 11,0 \text{ mL} \quad (\text{lecture graphique à } \pm 0,5 \text{ mL près})$$

Étape 2 — concentration en quantité de matière des ions chlorure.

En reprenant la relation à l'équivalence établie à la question Q3 :

$$C_1 = \frac{C \times V_E}{V_1} = \frac{1,00 \times 10^{-2} \times 11,0}{250,0} = 4,40 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Étape 3 — concentration en masse.

$$t(\text{Cl}^-) = C_1 \times M(\text{Cl}) = 4,40 \times 10^{-4} \times 35,5 = 1,56 \times 10^{-2} \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$



Étape 4 — comparaison et conclusion.

$$t(\text{Cl}^-) = 1,6 \times 10^{-2} \text{ g} \cdot \text{L}^{-1} \ll t_{\text{max}} = 2 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

**La teneur en ions chlorure est environ 130 fois plus faible que la teneur maximale tolérée :
cette eau du robinet peut sans problème être utilisée pour préparer le kéfir.**

Les bactéries des grains de kéfir ne seront pas détruites et la fermentation pourra se dérouler normalement.

Note du professeur

Question à prise d'initiative : la démarche est notée autant que le résultat. On annonce les étapes, on justifie la lecture de V_E par le minimum de la courbe, et l'on conclut par une phrase répondant explicitement à la question posée.

La lecture de V_E est peu précise (le minimum d'une courbe est toujours « plat ») : toute valeur comprise entre 10,5 et 12,5 mL est acceptée et conduit à une teneur de 0,015 à 0,018 g·L⁻¹, soit la même conclusion. On remarquera que la valeur $C_1 = 5 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ utilisée dans la simulation Python est bien « proche de celle attendue », comme l'annonçait l'énoncé.

2. Évolution de la cinétique de la réaction de fermentation

Q8 Citer une autre méthode envisageable pour suivre la cinétique de cette réaction de fermentation.

La fermentation produit du dioxyde de carbone **gazeux**. On peut donc suivre son avancement en suivant ce dégagement gazeux :

Suivi manométrique : mesurer, à l'aide d'un capteur de pression, l'évolution de la pression du gaz dans le bocal fermé.

Plus la fermentation avance, plus il se forme de CO₂ : à volume et température constants, la pression dans le bocal augmente. La mesure de $P(t)$ permet de remonter à la quantité de CO₂ formée, donc à l'avancement de la réaction.

Autre méthode acceptable : un suivi **volumétrique**, en recueillant le gaz formé et en mesurant le volume de CO₂ dégagé au cours du temps.

Note du professeur

Un suivi *spectrophotométrique* est à écarter : aucune des espèces de l'équation n'est colorée.

Un suivi *conductimétrique* ou *pH-métrique* est moins absurde qu'il n'y paraît — une partie du dioxyde de carbone se dissout et acidifie légèrement le milieu ($\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{HCO}_3^- + \text{H}^+$) — mais ce n'est pas la réponse attendue : le lien entre la grandeur mesurée et l'avancement de la réaction y serait bien moins direct qu'avec la pression, et l'équation fournie par l'énoncé écrit d'ailleurs le CO₂ à l'état gazeux.



Q9 Montrer que $n_{\text{glu}}(t) = n_{\text{glu}}(t_0) - \frac{C_{\text{éth}}(t) \cdot V_{\text{Boisson}}}{2}$.

Dressons le tableau d'avancement de la réaction de fermentation, d'avancement x :

État	Avancement	$\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$	$2\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$	2CO_2
Initial (t_0)	0	$n_{\text{glu}}(t_0)$	0	0
À la date t	x	$n_{\text{glu}}(t_0) - x$	$2x$	$2x$

D'après le tableau, la quantité d'éthanol formée à la date t vaut $n_{\text{éth}}(t) = 2x$, d'où :

$$x = \frac{n_{\text{éth}}(t)}{2}$$

Or l'éthanol est dissous dans le volume V_{Boisson} de la boisson : $n_{\text{éth}}(t) = C_{\text{éth}}(t) \times V_{\text{Boisson}}$. En reportant dans l'expression de la quantité de glucose restante :

$$n_{\text{glu}}(t) = n_{\text{glu}}(t_0) - x \quad \Rightarrow \quad n_{\text{glu}}(t) = n_{\text{glu}}(t_0) - \frac{C_{\text{éth}}(t) \cdot V_{\text{Boisson}}}{2}$$

Note du professeur

Le facteur $\frac{1}{2}$ vient du nombre stœchiométrique 2 devant l'éthanol : *deux* molécules d'éthanol sont formées pour *une* molécule de glucose consommée. C'est le seul point délicat de la question — l'oublier fait perdre tout l'intérêt de la démonstration.

Q10 À partir de la définition de la vitesse de disparition du glucose et en supposant une loi d'ordre 1, montrer que $\frac{dC_{\text{glu}}(t)}{dt} + k \cdot C_{\text{glu}}(t) = 0$.

Définition. La vitesse volumique de disparition du glucose est l'opposé de la dérivée par rapport au temps de sa concentration (l'opposé, pour que la vitesse soit une grandeur positive alors que C_{glu} diminue) :

$$v_{\text{glu}}(t) = -\frac{dC_{\text{glu}}(t)}{dt}$$

Loi de vitesse d'ordre 1. Par définition, la vitesse est alors proportionnelle à la concentration du réactif, k étant la constante de vitesse :

$$v_{\text{glu}}(t) = k \cdot C_{\text{glu}}(t)$$

En égalant les deux expressions de la vitesse :

$$-\frac{dC_{\text{glu}}(t)}{dt} = k \cdot C_{\text{glu}}(t) \quad \Rightarrow \quad \frac{dC_{\text{glu}}(t)}{dt} + k \cdot C_{\text{glu}}(t) = 0$$



Q11 Justifier que cette équation différentielle admet pour solution $C_{\text{glu}}(t) = C_{\text{glu}}(0) \cdot e^{-kt}$.

Il suffit de vérifier que la fonction proposée satisfait l'équation différentielle et la condition initiale.

1. Dérivation. La dérivée de $C_{\text{glu}}(t) = C_{\text{glu}}(0) e^{-kt}$ vaut :

$$\frac{dC_{\text{glu}}}{dt}(t) = C_{\text{glu}}(0) \times (-k) e^{-kt} = -k C_{\text{glu}}(0) e^{-kt} = -k C_{\text{glu}}(t)$$

2. Report dans l'équation différentielle.

$$\frac{dC_{\text{glu}}}{dt}(t) + k C_{\text{glu}}(t) = -k C_{\text{glu}}(t) + k C_{\text{glu}}(t) = 0$$

L'équation est vérifiée à *chaque instant*.

3. Condition initiale. À $t = 0$: $C_{\text{glu}}(0) \times e^0 = C_{\text{glu}}(0)$. ✓

La fonction proposée est donc bien solution de l'équation différentielle.

Q12 Justifier que le tracé de la figure 3 permet de confirmer que la vitesse de disparition du glucose suit bien une loi de vitesse d'ordre 1.

Si la loi d'ordre 1 est vérifiée, alors $C_{\text{glu}}(t) = C_{\text{glu}}(0) e^{-kt}$. Prenons le logarithme népérien des deux membres :

$$\begin{aligned} \ln C_{\text{glu}}(t) &= \ln(C_{\text{glu}}(0) e^{-kt}) = \ln C_{\text{glu}}(0) + \ln(e^{-kt}) \\ \ln C_{\text{glu}}(t) &= -kt + \ln C_{\text{glu}}(0) \end{aligned}$$

$\ln C_{\text{glu}}$ doit donc être une **fonction affine du temps**, de coefficient directeur $-k$ et d'ordonnée à l'origine $\ln C_{\text{glu}}(0)$.

Or la figure 3 montre que les points expérimentaux sont effectivement **alignés**, et la modélisation donne :

$$\ln C_{\text{glu}} = -5,34 \times 10^{-6} \times t - 2,22$$

qui est bien de la forme attendue.

L'hypothèse d'une loi de vitesse d'ordre 1 est donc validée par l'expérience.

Par identification des deux expressions :

$$k = 5,34 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1} \quad \text{et} \quad \ln C_{\text{glu}}(0) = -2,22$$



Q13 À partir de l'équation de la modélisation, calculer la masse de glucose initialement introduite pour réaliser cette expérience. Commenter.

Concentration initiale en glucose.

D'après l'identification faite à la question Q12, $\ln C_{\text{glu}}(0) = -2,22$, d'où :

$$C_{\text{glu}}(0) = e^{-2,22} = 1,09 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Quantité de matière initiale.

La recette produit $V_{\text{Boisson}} = 1,0 \text{ L}$ de boisson :

$$n_{\text{glu}}(0) = C_{\text{glu}}(0) \times V_{\text{Boisson}} = 1,09 \times 10^{-1} \times 1,0 = 1,09 \times 10^{-1} \text{ mol}$$

Masse initiale.

En conservant la valeur non arrondie $n_{\text{glu}}(0) = 1,086 \times 10^{-1} \text{ mol}$:

$$m_{\text{glu}} = n_{\text{glu}}(0) \times M(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6) = 1,086 \times 10^{-1} \times 180,0$$

$$m_{\text{glu}} = 19,5 \text{ g}$$

Commentaire. La recette prévoit d'introduire 20 g de glucose. La masse déterminée à partir du modèle, 19,5 g, en est très proche : l'écart relatif vaut

$$\frac{|19,5 - 20|}{20} = 2,5 \%$$

Cet écart est tout à fait compatible avec les incertitudes de pesée et de mesure de la concentration en éthanol. Le modèle cinétique d'ordre 1 est donc cohérent avec le protocole annoncé, ce qui le valide.

Q14 Déterminer la valeur du temps de demi-réaction à l'aide des résultats expérimentaux. Conclure quant à la recette fournie, sachant que la boisson doit encore contenir du sucre pour être agréable au goût.

Calcul du temps de demi-réaction.

En utilisant l'expression fournie et la constante de vitesse identifiée à la question Q12 :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} = \frac{\ln 2}{5,34 \times 10^{-6}} = 1,30 \times 10^5 \text{ s}$$

Conversion en heures :

$$t_{1/2} = \frac{1,30 \times 10^5}{3600} = 36 \text{ h}$$

$$t_{1/2} = 1,30 \times 10^5 \text{ s, soit environ 36 heures (1,5 jour)}$$

Conclusion sur la recette.

La recette préconise de laisser fermenter « durant au moins 24 h ». Or :

$$24 \text{ h} < t_{1/2} = 36 \text{ h}$$



Au bout de 24 h, la moitié du glucose n'a donc **pas encore** été consommée : il reste plus de la moitié du sucre initial dans la boisson. On peut le préciser :

$$\frac{C_{\text{glu}}(24 \text{ h})}{C_{\text{glu}}(0)} = e^{-kt} = e^{-5,34 \times 10^{-6} \times 8,64 \times 10^4} = 0,63$$

soit environ 63 % du sucre encore présent.

La recette est cohérente : après 24 h de fermentation, la boisson contient encore une grande partie de son sucre et reste donc agréable au goût.

La fermentation a par ailleurs suffisamment avancé pour avoir produit le CO_2 responsable du côté pétillant et l'éthanol caractéristique du kéfir.

3. Arôme de la boisson végétale de kéfir

Q15 Attribuer chacun des deux spectres présentés au citral et à l'acide citrique. Justifier.

Analyse des formules topologiques (figure 4).

- le **citral** possède un groupe carbonyle $\text{C}=\text{O}$ (c'est un aldéhyde) et des doubles liaisons $\text{C}=\text{C}$, mais **aucun groupe hydroxyle** $\text{O}-\text{H}$;
- l'**acide citrique** possède trois groupes carboxyle $-\text{COOH}$ et un groupe hydroxyle $-\text{OH}$, soit **quatre liaisons $\text{O}-\text{H}$** , ainsi que trois liaisons $\text{C}=\text{O}$.

Le critère discriminant est donc la présence, ou non, de la bande caractéristique de la liaison $\text{O}-\text{H}$, attendue entre 3200 et 3700 cm^{-1} et décrite comme « forte et large ».

Spectre A.

Dans la zone $3200\text{--}3700 \text{ cm}^{-1}$, la transmittance reste élevée : **aucune bande large** n'y est observée. En revanche on relève une bande forte et fine vers $1650\text{--}1730 \text{ cm}^{-1}$ (liaison $\text{C}=\text{O}$) et des bandes vers $2850\text{--}3100 \text{ cm}^{-1}$ (liaisons $\text{C}-\text{H}$). L'absence de liaison $\text{O}-\text{H}$ désigne le **citral**.

Spectre B.

On observe une **bande très large et intense** s'étendant sur tout le domaine $3200\text{--}3700 \text{ cm}^{-1}$ (et même au-delà, vers 2500 cm^{-1}) : c'est la signature de la liaison $\text{O}-\text{H}$. On retrouve également la bande forte et fine de la liaison $\text{C}=\text{O}$ vers 1700 cm^{-1} .

Spectre A → citral

•

Spectre B → acide citrique

Note du professeur

Il ne faut pas se servir de la bande $\text{C}=\text{O}$ pour trancher : les *deux* molécules en possèdent une. Seule la bande $\text{O}-\text{H}$, absente du citral, permet de conclure. C'est aussi elle qui est la plus facile à repérer, par son allure très caractéristique : large et profonde, contrairement à toutes les autres.



Q16 Choisir, en justifiant, parmi l'eau, l'acétate d'éthyle et le cyclohexane, le solvant le plus approprié pour extraire simultanément le citral, l'acide citrique et le limonène.

Un bon solvant d'extraction doit satisfaire **deux conditions** :

- (1) les espèces à extraire doivent y être **plus solubles** que dans l'eau ;
- (2) il doit être **non miscible à l'eau**, afin que deux phases se forment et que l'on puisse les séparer par décantation.

Examen des trois solvants.

- **Eau** : c'est déjà le solvant de la boisson — elle ne peut évidemment pas servir à en extraire les espèces. À écarter.
- **Cyclohexane** : la solubilité du limonène et du citral y est grande, mais celle de l'acide citrique est **nulle**. Il ne permet donc pas d'extraire les *trois* espèces. À écarter.
- **Acétate d'éthyle** : la solubilité y est « convenable » pour le limonène et le citral, et « grande » pour l'acide citrique — les trois espèces y sont donc solubles. Sa miscibilité avec l'eau est « faible » : deux phases se forment bien, la décantation est possible. ✓

Le solvant le plus approprié est l'acétate d'éthyle.

Note du professeur

Le cyclohexane est un piège efficace : c'est celui dont la miscibilité avec l'eau est *nulle* (donc le mieux placé sur le critère 2) et qui dissout le mieux deux des trois espèces. Mais l'énoncé demande d'extraire les trois **simultanément** : la solubilité nulle de l'acide citrique l'élimine. Il faut lire la question jusqu'au bout.

Q17 En analysant le chromatogramme, déterminer l'espèce issue du citron que l'on retrouve dans la boisson et qui pourrait être responsable du goût acidulé du kéfir.

Principe. Sur un chromatogramme, deux espèces déposées côte à côte et éluées dans les mêmes conditions migrent à la *même hauteur* (même rapport frontal) lorsqu'elles sont **identiques**. Il suffit donc de comparer la hauteur de la tache du dépôt K (extrait de kéfir) à celle des trois dépôts de référence.

Lecture du chromatogramme (figure 6).

- le dépôt K ne présente **qu'une seule tache**, restée très près de la ligne de dépôt ;
- le dépôt C (citral) a migré à environ un tiers de la hauteur, et le dépôt L (limonène) beaucoup plus haut : aucune des deux taches n'est à la hauteur de celle de K ;
- le dépôt A (acide citrique) est resté, lui aussi, très près de la ligne de dépôt : **sa tache est à la même hauteur que celle de K.**

L'espèce issue du citron présente dans la boisson est l'acide citrique.

Cohérence avec le goût. L'acide citrique possède trois groupes carboxyle -COOH : c'est un acide, capable de céder des ions H^+ en solution aqueuse. C'est donc bien lui qui est responsable du **goût acidulé** du kéfir.

Rigoureusement, une chromatographie ne prouve pas l'identité de deux espèces — deux



composés différents peuvent migrer à la même hauteur. Elle permet seulement de conclure qu'il s'agit *très probablement* de la même espèce, ce qui est ici confirmé par le goût acidulé observé.

Le citral et le limonène, très peu solubles dans l'eau, sont restés dans l'écorce du citron et ne sont pas passés dans la boisson : le chromatogramme confirme leur absence dans l'extrait K.

Exercice 2 — La yaourtière (5,5 points)

1. Fabrication des yaourts dans la yaourtière

Q1 Montrer que l'énergie thermique $Q_{\text{chauffage}}$ transférée au système $\{S\}$ lors de l'étape A est voisine de $9,2 \times 10^4 \text{ J}$.

Lors de l'étape A, le système $\{S\}$ passe de la température ambiante $\theta_{\text{amb}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ à la température de fabrication $\theta_{\text{fab}} = 43 \text{ }^\circ\text{C}$. Sa capacité thermique étant C :

$$Q_{\text{chauffage}} = C \times (\theta_{\text{fab}} - \theta_{\text{amb}}) = 4,0 \times 10^3 \times (43 - 20) = 4,0 \times 10^3 \times 23$$

$$Q_{\text{chauffage}} = 9,2 \times 10^4 \text{ J : la valeur annoncée est bien vérifiée.}$$

Q2 Calculer la durée Δt_A de l'étape A, en supposant que 85 % de l'énergie électrique consommée est fournie par transfert thermique au système $\{S\}$. En déduire que Δt_B est de l'ordre de 7 heures et 50 minutes.

Durée de l'étape A.

L'énergie électrique consommée pendant l'étape A vaut $E_A = P_A \times \Delta t_A$. Seuls 85 % de cette énergie sont effectivement transférés au système $\{S\}$:

$$0,85 \times P_A \times \Delta t_A = Q_{\text{chauffage}} \quad \Rightarrow \quad \Delta t_A = \frac{Q_{\text{chauffage}}}{0,85 \times P_A}$$

$$\Delta t_A = \frac{9,2 \times 10^4}{0,85 \times 150} = \frac{9,2 \times 10^4}{127,5} = 7,2 \times 10^2 \text{ s}$$

$$\Delta t_A = 7,2 \times 10^2 \text{ s, soit environ 12 minutes}$$

Durée de l'étape B.

La phase de chauffage dure 8 heures au total et se décompose en l'étape A suivie de l'étape B :

$$\Delta t_B = 8 \text{ h} - \Delta t_A = 8 \text{ h} - 12 \text{ min} = 7 \text{ h } 48 \text{ min}$$

$$\Delta t_B \approx 7 \text{ h } 50 \text{ min : la valeur annoncée est bien retrouvée.}$$



La montée en température ne représente donc que 2,5 % de la durée totale : l'essentiel des 8 heures est consacré au *maintien* du système à 43 °C, température optimale de croissance des ferments lactiques.

Q3 Estimer le prix de fabrication d'un yaourt fait maison. Discuter si l'argument lié au coût des yaourts maison est vérifié.

Démarche suivie : (1) calculer l'énergie électrique totale consommée sur les 8 h et la convertir en kW·h ; (2) chiffrer les trois postes de dépense (électricité, lait, ferments) ; (3) diviser par le nombre de yaourts et comparer au prix du commerce.

Étape 1 — énergie électrique consommée.

La yaourtière consomme à la puissance P_A pendant Δt_A , puis à la puissance P_B pendant Δt_B :

$$E = P_A \times \Delta t_A + P_B \times \Delta t_B = 150 \times 7,2 \times 10^2 + 20 \times (8 \times 3600 - 7,2 \times 10^2)$$

$$E = 1,08 \times 10^5 + 20 \times 2,81 \times 10^4 = 6,70 \times 10^5 \text{ J}$$

Conversion en kilowattheures, sachant que $1 \text{ kW}\cdot\text{h} = 3\,600 \text{ kJ} = 3,600 \times 10^6 \text{ J}$:

$$E = \frac{6,70 \times 10^5}{3,600 \times 10^6} = 0,186 \text{ kW}\cdot\text{h}$$

Étape 2 — coût des trois postes (pour une fournée de 7 yaourts).

Poste	Quantité utilisée	Coût
Électricité	$0,186 \text{ kW}\cdot\text{h} \times 0,20 \text{ €}$	0,04 €
Lait	$700 \text{ mL} = 0,700 \text{ L} \times 1,05 \text{ €}$	0,74 €
Ferments lactiques	1 sachet de 2 g	0,64 €
Total pour 7 yaourts		1,41 €

Étape 3 — prix d'un yaourt et comparaison.

$$\text{prix d'un yaourt} = \frac{1,41}{7} = 0,20 \text{ €}$$

Un yaourt maison revient à environ 0,20 €, contre 0,35 € pour un yaourt du commerce de qualité comparable.

Discussion. L'argument est **vérifié** : le yaourt maison coûte environ 43 % moins cher, soit une économie de 0,15 € par pot (environ 1,05 € par fournée de 7).

Cette estimation reste toutefois incomplète : elle ne tient compte ni de l'achat de la yaourtière, qui n'est amorti qu'au bout d'un grand nombre de fournées, ni de l'eau et de l'énergie nécessaires au lavage des pots, ni du temps passé. On remarque enfin que le poste dominant est de loin le lait et les ferments (1,38 €, soit 98 % du total) : l'électricité, avec 0,04 €, est presque négligeable.



Note du professeur

Question à prise d'initiative. Attention à ne pas oublier l'étape B dans le bilan électrique : bien qu'elle se déroule à faible puissance (20 W), elle dure près de 8 heures et représente à elle seule 84 % de l'énergie consommée. Attention aussi à bien rapporter le résultat à *un* yaourt (division par 7) : c'est ce que demande l'énoncé.

2. Refroidissement des yaourts dans le réfrigérateur

Q4 Nommer les trois modes de transfert thermique permettant le refroidissement du système $\{P\}$.

Les trois modes de transfert thermique sont :

- la **conduction** : de proche en proche, sans déplacement de matière — ici du yaourt vers le pot en verre, puis du verre vers l'air à son contact ;
- la **convection** : par déplacement de matière — ici les mouvements de l'air froid à l'intérieur du réfrigérateur ;
- le **rayonnement** : par ondes électromagnétiques, sans support matériel.

Q5 Calculer la valeur du flux thermique initial Φ_0 cédé par le système $\{P\}$ à l'instant initial $t = 0$ et indiquer, en justifiant, comment varie le flux thermique au cours du temps.

Flux thermique initial.

À $t = 0$, la température du système est $\theta_0 = 30\text{ °C}$. La loi de Newton donne :

$$\Phi_0 = h \cdot S \cdot (\theta_0 - \theta_{\text{réfri}}) = 10 \times 0,019 \times (30 - 4,0) = 0,19 \times 26$$

$$\Phi_0 = 4,9\text{ W}$$

Variation au cours du temps.

Le système $\{P\}$ cède de l'énergie à l'air du réfrigérateur : sa température θ **diminue** au cours du temps, alors que $\theta_{\text{réfri}}$ reste constante. L'écart de température $(\theta - \theta_{\text{réfri}})$ diminue donc, et comme h et S sont des constantes :

Le flux thermique $\Phi = h S (\theta - \theta_{\text{réfri}})$ diminue au cours du temps, en tendant vers zéro.

Le refroidissement est donc d'autant plus lent que le yaourt est déjà froid.

Q6 Indiquer la température du système $\{P\}$ après un temps très long. Montrer que la valeur de l'énergie thermique perdue par le système $\{P\}$ durant la phase de refroidissement est voisine de 12 kJ.

Température finale.

D'après la question Q5, le flux thermique tend vers zéro, ce qui signifie que l'écart $(\theta - \theta_{\text{réfri}})$ tend vers zéro : les échanges cessent lorsque l'équilibre thermique est atteint.



Après un temps très long, $\theta_{\text{finale}} = \theta_{\text{réfri}} = 4,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

Énergie thermique perdue.

La variation d'énergie interne du système $\{P\}$, de masse m et de capacité thermique massique c_Y , vaut :

$$Q = m \cdot c_Y \cdot (\theta_{\text{finale}} - \theta_0) = 0,19 \times 2,5 \times 10^3 \times (4,0 - 30)$$

$$Q = 475 \times (-26) = -1,2 \times 10^4 \text{ J}$$

Le signe négatif traduit bien le fait que le système *cède* de l'énergie au milieu extérieur. En valeur absolue :

$$|Q| = 1,2 \times 10^4 \text{ J} = 12 \text{ kJ} : \text{la valeur annoncée est bien vérifiée.}$$

Q7 Calculer la durée Δt_0 qui serait nécessaire pour effectuer un transfert thermique de 12 kJ à la puissance Φ_0 .

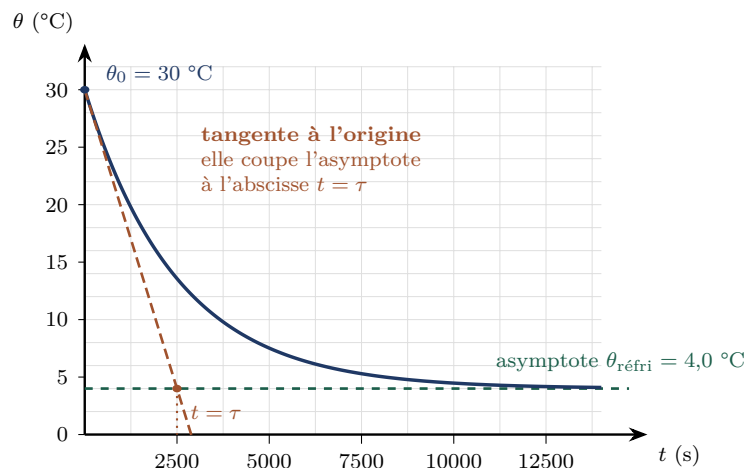
Un flux thermique est une puissance : si le flux conservait sa valeur initiale Φ_0 , l'énergie transférée pendant la durée Δt_0 vaudrait $|Q| = \Phi_0 \times \Delta t_0$, d'où :

$$\Delta t_0 = \frac{|Q|}{\Phi_0} = \frac{1,2 \times 10^4}{4,9}$$

$$\Delta t_0 = 2,4 \times 10^3 \text{ s, soit environ 41 minutes}$$

Q8 Tracer l'allure de l'évolution de la température θ en fonction du temps en indiquant les températures initiale et finale ; faire apparaître une méthode graphique de détermination du temps caractéristique τ .

La fonction $\theta(t) = (\theta_0 - \theta_{\text{réfri}})e^{-t/\tau} + \theta_{\text{réfri}}$ est une exponentielle décroissante qui part de $\theta_0 = 30 \text{ }^{\circ}\text{C}$ et tend vers l'asymptote horizontale $\theta = \theta_{\text{réfri}} = 4,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$.



Méthode graphique employée : on trace la **tangente à la courbe à l'instant initial** $t = 0$; son intersection avec l'asymptote horizontale $\theta = \theta_{\text{réfri}}$ a pour abscisse $t = \tau$.

Seconde méthode possible : à $t = \tau$, l'écart de température a été réduit de 63 % :

$$\theta(\tau) = (\theta_0 - \theta_{\text{réfri}}) e^{-1} + \theta_{\text{réfri}} = 0,37 \times 26 + 4,0 = 13,6 \text{ } ^\circ\text{C} \approx 14 \text{ } ^\circ\text{C}$$

On repère l'ordonnée $14 \text{ } ^\circ\text{C}$ sur la courbe et on lit l'abscisse correspondante.

Q9 Comparer la valeur de τ à celle de Δt_0 obtenue en Q7. Commenter.

Calcul du temps caractéristique.

$$\tau = \frac{m c_Y}{h S} = \frac{0,19 \times 2,5 \times 10^3}{10 \times 0,019} = \frac{475}{0,19} = 2,5 \times 10^3 \text{ s}$$

Comparaison.

$$\tau = 2,5 \times 10^3 \text{ s} \quad \text{et} \quad \Delta t_0 = 2,4 \times 10^3 \text{ s}$$

Les deux durées sont **égales** (le léger écart ne provient que de l'arrondi de 12,35 kJ à 12 kJ à la question Q6). Ce n'est pas une coïncidence : en remplaçant $|Q|$ et Φ_0 par leurs expressions littérales, on obtient en effet

$$\Delta t_0 = \frac{|Q|}{\Phi_0} = \frac{m c_Y (\theta_0 - \theta_{\text{réfri}})}{h S (\theta_0 - \theta_{\text{réfri}})} = \frac{m c_Y}{h S} = \tau$$

$\Delta t_0 = \tau$: le temps caractéristique est exactement la durée qu'il faudrait pour évacuer toute l'énergie si le flux thermique gardait sa valeur initiale Φ_0 .

Commentaire. Δt_0 est donc une **durée minimale** : le flux étant en réalité maximal au départ puis décroissant (question Q5), le refroidissement réel est plus lent. Au bout de la durée τ , la température n'est descendue qu'à $13,6 \text{ } ^\circ\text{C}$, soit 63 % seulement de la baisse totale. Il faut environ $5\tau \approx 1,2 \times 10^4 \text{ s}$ (soit 3 h 30) pour que la température soit pratiquement égale à celle du réfrigérateur.

Les 2 heures de réfrigérateur préconisées par la recette correspondent à $2,9\tau$, ce qui amène le yaourt à environ $5,5 \text{ } ^\circ\text{C}$: c'est suffisant en pratique pour un yaourt prêt à être consommé.



Exercice 3 — Le satellite TESS (5,5 points)

1. Étude du système « TOI 270 »

- Q1** Exprimer la force d'attraction gravitationnelle $\vec{F}$ exercée par l'étoile E sur l'exoplanète 2, en fonction de M_2 , M_E , G , R_2 et $\vec{u}_N$.

La loi de la gravitation universelle donne la valeur de la force exercée par l'étoile E, de masse M_E , sur l'exoplanète 2, de masse M_2 , dont les centres sont distants de R_2 :

$$F = G \frac{M_E \times M_2}{R_2^2}$$

Cette force est dirigée de l'exoplanète vers l'étoile E : elle est donc portée par le vecteur unitaire $\vec{u}_N$ du repère de Frenet, qui pointe vers le centre de la trajectoire (figure 1). D'où :

$$\vec{F} = G \frac{M_E M_2}{R_2^2} \vec{u}_N$$

- Q2** En utilisant la deuxième loi de Newton, établir l'expression de la vitesse v_2 de l'exoplanète 2 en fonction de G , M_E et R_2 .

Système : l'exoplanète 2, de masse M_2 .

Référentiel : le référentiel décrit dans l'énoncé (origine au centre de l'étoile E, axes pointant vers des étoiles lointaines), supposé galiléen.

Bilan des forces : l'exoplanète n'est soumise qu'à la force d'attraction gravitationnelle exercée par l'étoile E (l'interaction avec l'exoplanète 1 est négligée).

D'après la deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = M_2 \vec{a} \quad \Rightarrow \quad G \frac{M_E M_2}{R_2^2} \vec{u}_N = M_2 \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = G \frac{M_E}{R_2^2} \vec{u}_N$$

Le vecteur accélération est donc entièrement porté par $\vec{u}_N$: sa composante tangentielle est nulle.

Or, pour un mouvement circulaire de rayon R_2 , l'accélération s'écrit dans le repère de Frenet :

$$\vec{a} = \frac{dv_2}{dt} \vec{u}_T + \frac{v_2^2}{R_2} \vec{u}_N$$

Par identification des composantes :

$$\frac{dv_2}{dt} = 0 \quad (\text{le mouvement est donc bien } \mathbf{uniforme}) \quad \text{et} \quad \frac{v_2^2}{R_2} = G \frac{M_E}{R_2^2}$$

$$v_2^2 = \frac{G M_E}{R_2} \quad \Rightarrow \quad v_2 = \sqrt{\frac{G M_E}{R_2}}$$



Note du professeur

La composante tangentielle nulle de $\vec{a}$ *démontre* que le mouvement est uniforme : ce n'est pas une hypothèse mais un résultat, et il rapporte des points. On ne garde que la racine positive, v_2 étant une valeur de vitesse.

Q3 Établir que la masse M_E de l'étoile est donnée par la relation $M_E = \frac{4\pi^2 \cdot R_2^3}{G \cdot T_2^2}$.

Le mouvement étant circulaire et uniforme, l'exoplanète parcourt la circonférence de son orbite, $2\pi R_2$, pendant une période de révolution T_2 , à la vitesse constante v_2 :

$$v_2 = \frac{2\pi R_2}{T_2}$$

En reportant cette expression dans le résultat de la question Q2, $v_2^2 = \frac{GM_E}{R_2}$:

$$\left(\frac{2\pi R_2}{T_2}\right)^2 = \frac{GM_E}{R_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{4\pi^2 R_2^2}{T_2^2} = \frac{GM_E}{R_2}$$

On isole M_E :

$$M_E = \frac{4\pi^2 R_2^3}{G T_2^2}$$

Q4 Vérifier que la valeur de la masse M_E déduite de cette relation est voisine de celle indiquée dans le tableau de données.

Conversion préalable des données dans les unités du système international :

$$R_2 = 1,08 \times 10^7 \text{ km} = 1,08 \times 10^{10} \text{ m}$$

$$T_2 = 11,4 \text{ jours} = 11,4 \times 24 \times 3600 = 9,85 \times 10^5 \text{ s}$$

Application numérique :

$$M_E = \frac{4\pi^2 R_2^3}{G T_2^2} = \frac{4\pi^2 \times (1,08 \times 10^{10})^3}{6,67 \times 10^{-11} \times (9,85 \times 10^5)^2}$$

$$M_E = 7,68 \times 10^{29} \text{ kg}$$

Cette valeur est identique à celle du tableau de données ($M_E = 7,68 \times 10^{29} \text{ kg}$) : la relation établie à la question Q3 est donc bien vérifiée, ce qui valide le modèle du mouvement circulaire uniforme.

Note du professeur

La conversion des kilomètres en mètres et des jours en secondes est *indispensable* : R_2 étant élevé au cube, une erreur d'un facteur 10^3 sur le rayon en produit une de 10^9 sur la masse. Vérifier l'ordre de grandeur du résultat est le meilleur moyen de repérer ce type d'erreur.



Q5 En utilisant la troisième loi de Kepler et les données R_1 , R_2 et T_2 , déterminer la valeur de la période T_1 exprimée en jours terrestres.

Les deux exoplanètes sont en orbite autour du *même* astre attracteur : la troisième loi de Kepler s'applique, le rapport $\frac{T^2}{R^3}$ ayant la même valeur pour les deux.

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} \quad \Rightarrow \quad T_1^2 = T_2^2 \times \frac{R_1^3}{R_2^3} \quad \Rightarrow \quad T_1 = T_2 \times \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{3/2}$$

Le rapport R_1/R_2 étant sans dimension, on peut conserver les kilomètres :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{6,77 \times 10^6}{1,08 \times 10^7} = 0,627$$

$$T_1 = 11,4 \times (0,627)^{3/2} = 11,4 \times 0,496$$

$$T_1 = 5,66 \text{ jours terrestres}$$

Ce résultat est cohérent : l'exoplanète 1, plus proche de son étoile que l'exoplanète 2 ($R_1 < R_2$), tourne plus vite autour d'elle et sa période de révolution est donc plus courte ($T_1 < T_2$).

2. Mesure expérimentale de la période de révolution T_1 de l'exoplanète 1

Q6 Indiquer qualitativement l'influence de la taille de l'exoplanète sur la diminution ΔP_{lum} de la puissance lumineuse relative reçue par la caméra.

D'après la relation fournie $\Delta P_{\text{lum}} = \left(\frac{r_1}{r_E}\right)^2$, le rayon r_E de l'étoile étant fixé, ΔP_{lum} est une fonction **croissante** de r_1 .

Plus l'exoplanète est grosse, plus la diminution ΔP_{lum} est importante.

C'est physiquement cohérent : une exoplanète de grand rayon masque une plus grande partie du disque de l'étoile lors de son transit, donc la puissance lumineuse reçue par la caméra chute davantage.

La dépendance est de plus **quadratique** : c'est la *surface* occultée, proportionnelle à r_1^2 , qui intervient. Une exoplanète deux fois plus grande provoque une chute quatre fois plus importante.

Q7 Vérifier que le rayon r_1 de l'exoplanète 1 vaut environ $1,7 \times 10^4 \text{ km}$.

Lecture graphique de ΔP_{lum} (figure 3).

Hors transit, la puissance lumineuse relative vaut 1. Au fond du creux, elle atteint la valeur minimale 0,996. La flèche ΔP_{lum} tracée sur la figure représente cet écart :

$$\Delta P_{\text{lum}} = 1 - 0,996 = 4,0 \times 10^{-3}$$



Calcul du rayon de l'exoplanète.

En isolant r_1 dans la relation fournie :

$$\Delta P_{\text{lum}} = \left(\frac{r_1}{r_E} \right)^2 \quad \Rightarrow \quad r_1 = r_E \times \sqrt{\Delta P_{\text{lum}}}$$

$$r_1 = 2,63 \times 10^5 \times \sqrt{4,0 \times 10^{-3}} = 2,63 \times 10^5 \times 6,32 \times 10^{-2}$$

$$r_1 = 1,7 \times 10^4 \text{ km : la valeur annoncée est bien vérifiée.}$$

(Pour comparaison, le rayon de la Terre vaut $6,4 \times 10^3 \text{ km}$: cette exoplanète est donc environ 2,6 fois plus grande que la Terre.)

Q8 En utilisant les figures 2 et 3, et sachant que l'angle α est très petit devant 1 rad, estimer la valeur de la période T_1 de révolution de l'exoplanète 1. Commenter.

Démarche suivie : (1) exprimer l'angle α à partir de la géométrie de la figure 2 ; (2) lire la durée du transit sur la figure 3 ; (3) exploiter la proportionnalité entre l'angle balayé et la durée, le mouvement étant circulaire uniforme.

Étape 1 — expression de l'angle α .

D'après la figure 2, au début du transit le centre de l'exoplanète se trouve à la distance horizontale ($r_E + r_1$) de l'axe passant par le centre de l'étoile, et à la distance R_1 de ce centre. Dans le triangle rectangle correspondant :

$$\sin \alpha = \frac{r_E + r_1}{R_1}$$

L'angle α étant très petit devant 1 rad, l'approximation $\sin \alpha \approx \alpha$ donne :

$$\alpha = \frac{r_E + r_1}{R_1} = \frac{2,63 \times 10^5 + 1,7 \times 10^4}{6,77 \times 10^6} = \frac{2,80 \times 10^5}{6,77 \times 10^6} = 4,14 \times 10^{-2} \text{ rad}$$

Étape 2 — durée du transit (figure 3).

Le transit débute à la date t_i et s'achève à la date t_f , repérées par les traits pointillés :

$$t_i \approx -0,8 \text{ h} \quad t_f \approx +0,8 \text{ h} \quad \Rightarrow \quad \Delta t_{\text{transit}} = t_f - t_i = 1,6 \text{ h}$$

Étape 3 — période de révolution.

Le mouvement étant circulaire uniforme, l'exoplanète balaie des angles proportionnels aux durées. Pendant le transit, elle balaie l'angle 2α (de $-\alpha$ à $+\alpha$) ; pendant une période T_1 , elle balaie un tour complet, soit 2π :

$$\frac{\Delta t_{\text{transit}}}{T_1} = \frac{2\alpha}{2\pi} \quad \Rightarrow \quad T_1 = \frac{\pi \times \Delta t_{\text{transit}}}{\alpha}$$

$$T_1 = \frac{\pi \times 1,6}{4,14 \times 10^{-2}} = 1,2 \times 10^2 \text{ h}$$

Conversion en jours terrestres :

$$T_1 = \frac{1,2 \times 10^2}{24} = 5,1 \text{ jours}$$



$$T_1 \approx 5,1 \text{ jours terrestres}$$

Commentaire. Cette valeur est **du même ordre de grandeur** que celle obtenue à la question Q5 par la troisième loi de Kepler ($T_1 = 5,66$ jours) : l'écart relatif vaut

$$\frac{|5,1 - 5,66|}{5,66} \approx 10 \%$$

Cet écart s'explique par l'imprécision de la lecture graphique : la durée du transit ne se lit qu'à $\pm 0,1$ h près sur la figure 3, et comme T_1 est proportionnelle à $\Delta t_{\text{transit}}$, une telle incertitude entraîne à elle seule 6 % d'écart sur T_1 . S'y ajoutent les approximations du modèle : orbite supposée vue exactement par la tranche et mouvement supposé rigoureusement circulaire uniforme.

Les deux déterminations sont pourtant totalement indépendantes : l'une est *théorique* et repose sur les lois de la mécanique céleste, l'autre est *expérimentale* et repose uniquement sur les relevés de puissance lumineuse envoyés par le satellite TESS. Retrouver la même durée à 10 % près par ces deux voies valide la méthode des transits utilisée pour détecter les exoplanètes.

Note du professeur

Question à prise d'initiative : c'est la *démarche* qui est évaluée. Deux points méritent une attention particulière.

1. L'angle balayé pendant le transit vaut 2α et non α : la figure 2 montre clairement les deux angles α de part et d'autre de l'axe.

2. C'est bien la somme $r_E + r_1$ qui intervient, et non r_E seul : le transit commence lorsque le disque de l'exoplanète *commence* à masquer celui de l'étoile, c'est-à-dire lorsque les deux disques sont tangents. La figure 2 place d'ailleurs côte à côte les deux cotes r_1 et r_E .

La lecture de $\Delta t_{\text{transit}}$ est peu précise : une valeur comprise entre 1,6 et 1,8 h est acceptée et conduit à T_1 entre 5,1 et 5,7 jours. Il ne faut surtout pas « forcer » la lecture pour retrouver exactement les 5,66 jours de la question Q5 : un écart de l'ordre de 10 % est ici normal, et c'est la *cohérence des ordres de grandeur* qui est attendue dans le commentaire, pas une concordance parfaite.

Récapitulatif des résultats numériques

Exercice 1. $V_1 = 250,0$ et $C = 1,00 \times 10^{-2}$ • $V_E = C_1 \cdot V_1 / C$ • $n_{\text{produit}} = [0, C \cdot V_E \cdot 0,001, C \cdot V_E \cdot 0,001]$ • $V_E = 11,0$ mL • $C_1 = 4,40 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, soit $t(\text{Cl}^-) = 1,6 \times 10^{-2} \text{ g} \cdot \text{L}^{-1} \ll 2 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ (eau utilisable) • $k = 5,34 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ • $m_{\text{glu}} = 19,5 \text{ g}$ • $t_{1/2} = 1,30 \times 10^5 \text{ s} = 36 \text{ h}$ • spectre A = citral, spectre B = acide citrique • solvant : acétate d'éthyle • espèce identifiée : acide citrique.

Exercice 2. $Q_{\text{chauffage}} = 9,2 \times 10^4 \text{ J}$ • $\Delta t_A = 7,2 \times 10^2 \text{ s} = 12 \text{ min}$, $\Delta t_B \approx 7 \text{ h } 50 \text{ min}$ • $E = 0,186 \text{ kW} \cdot \text{h}$, prix d'un yaourt $\approx 0,20$ € (contre 0,35 €) • $\Phi_0 = 4,9 \text{ W}$ • $\theta_{\text{finale}} = 4,0$ °C, $|Q| = 12 \text{ kJ}$ • $\Delta t_0 = 2,4 \times 10^3 \text{ s}$ • $\tau = 2,5 \times 10^3 \text{ s} = \Delta t_0$.

Exercice 3. $v_2 = \sqrt{GM_E / R_2}$ • $M_E = 7,68 \times 10^{29} \text{ kg}$ • $T_1 = 5,66$ jours (Kepler) • $\Delta P_{\text{lum}} = 4,0 \times 10^{-3}$, $r_1 = 1,7 \times 10^4 \text{ km}$ • $\alpha = 4,14 \times 10^{-2} \text{ rad}$, $\Delta t_{\text{transit}} = 1,6 \text{ h}$, $T_1 \approx 5,1$ jours (transit) : même ordre de grandeur que par Kepler, écart $\approx 10 \%$.

