

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL — SESSION 2026
Physique-Chimie — Enseignement de spécialité
CENTRES ÉTRANGERS — JOUR 2 (SUJET 26-PYCJ2G11)

CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Rédaction conforme à une copie notée 20/20

Comment utiliser ce corrigé. Le texte contenu dans les **cadres bleus** correspond à ce qu'il faut effectivement écrire sur la copie : phrase d'introduction, formule littérale, application numérique, résultat avec unité et bon nombre de chiffres significatifs, puis conclusion. Les encadrés orange « Note du professeur » ne font pas partie de la copie : ce sont des conseils de méthode et des pièges à éviter.

Répartition des points : Exercice 1 — 11 points • Exercice 2 — 5 points • Exercice 3 — 4 points.
Durée : 3 h 30.

Corrigé non officiel, proposé par Génies des Sciences. Il ne s'agit pas du barème du jury.

Exercice 1 — Le cyclotron Arronax (11 points)

1. Le fonctionnement d'un cyclotron

Q1 Montrer que la valeur de la norme du poids de l'ion H^+ est négligeable devant celle de la force électrique $\vec{F}_e$ qui s'applique sur l'ion.

Poids de l'ion.

$$P = m g = 1,67 \times 10^{-27} \times 9,81 = 1,64 \times 10^{-26} \text{ N}$$

Force électrique. Le champ électrique entre les plaques vaut, après conversion de U en volts et de d en mètres :

$$E = \frac{U}{d} = \frac{65 \times 10^3}{5,0 \times 10^{-3}} = 1,3 \times 10^7 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$F_e = |q| \times E = e E = 1,6 \times 10^{-19} \times 1,3 \times 10^7 = 2,1 \times 10^{-12} \text{ N}$$

Comparaison. On compare les deux valeurs par leur *quotient* :

$$\frac{F_e}{P} = \frac{2,1 \times 10^{-12}}{1,64 \times 10^{-26}} = 1,3 \times 10^{14}$$

$F_e \approx 10^{14} \times P$: le poids est totalement négligeable devant la force électrique.

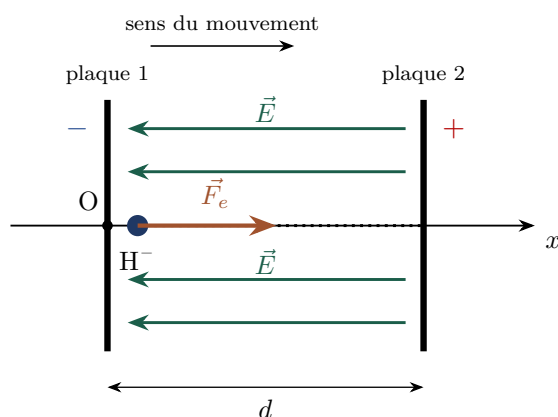
Dans toute la suite de l'étude du mouvement entre les plaques, on ne tiendra donc compte que de la force électrique.



Q2 Reproduire la figure 2 et la compléter en faisant apparaître la force électrique $\vec{F}_e$ qui s'applique sur l'ion H^- et le champ électrique $\vec{E}$ présent dans tout l'espace entre les plaques.

Raisonnement préalable. L'ion H^- part de O sans vitesse initiale et se déplace vers les x croissants (« sens du mouvement » de la figure 2) : la force électrique qui l'accélère est donc dirigée **vers la droite**, dans le sens de $\vec{i}$.

Or $\vec{F}_e = q \vec{E}$ avec $q = -e < 0$: la force et le champ sont de sens **opposés**. Le vecteur champ électrique est donc dirigé **vers la gauche**, de la plaque de droite vers la plaque de gauche. Entre deux plaques parallèles le champ est **uniforme** : on le représente par des vecteurs *identiques* (même direction, même sens, même longueur) en tout point de l'espace situé entre les plaques.



$\vec{F}_e$ est dirigée vers les x croissants ; $\vec{E}$, de sens opposé, est dirigé vers les x décroissants, uniformément entre les deux plaques.

On vérifie la cohérence : les lignes de champ vont toujours de la plaque **positive** vers la plaque **négative** : la plaque 2, celle de droite, est donc la borne **positive**. Et un ion **négatif** est bien attiré par une plaque positive.

Note du professeur

Sur la question Q1, deux conversions à ne pas rater : $65 \text{ kV} = 65 \times 10^3 \text{ V}$ et $5,0 \text{ mm} = 5,0 \times 10^{-3} \text{ m}$. Une seule oubliée et le rapport change de plusieurs puissances de dix. Retenez surtout le résultat qualitatif : pour une particule chargée, le poids est *toujours* négligeable devant la force électrique — on le vérifie une fois, puis on le rappelle.

Sur la question Q2, l'erreur la plus fréquente de tout l'exercice : représenter $\vec{F}_e$ et $\vec{E}$ dans le même sens. Ici la charge est *négative*, les deux vecteurs sont donc opposés. Second point de barème : le champ étant uniforme, il faut dessiner *plusieurs* vecteurs de même longueur répartis dans tout l'espace inter-plaques, et non une seule flèche au niveau de l'ion.

Le schéma ci-dessus décrit le *premier* passage, de la gauche vers la droite. La tension appliquée étant **alternative**, la polarité des plaques s'inverse à chaque demi-tour : le champ change de sens en même temps que l'ion, si bien que la force électrique l'accélère à *chacun* de ses passages. C'est là toute l'astuce du cyclotron.



Q3 Exprimer l'accélération a_x de l'ion H^- dans la zone accélératrice en fonction de e , U , d et m , en utilisant la deuxième loi de Newton.

Système : l'ion H^- , de masse m et de charge $q = -e$.

Référentiel : le référentiel lié aux plaques, supposé galiléen, muni de l'axe (Ox) de vecteur unitaire $\vec{i}$.

Bilan des forces : le poids, négligeable d'après la question Q1 ; la force électrique $\vec{F}_e = q \vec{E}$.

D'après la question Q2, le vecteur champ est dirigé selon $-\vec{i}$:

$$\vec{E} = -\frac{U}{d} \vec{i} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_e = q \vec{E} = (-e) \times \left(-\frac{U}{d}\right) \vec{i} = \frac{eU}{d} \vec{i}$$

La deuxième loi de Newton appliquée au système s'écrit :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \frac{eU}{d} \vec{i} = m \vec{a}$$

$$a_x = \frac{eU}{md}$$

Cette accélération est **constante** : le mouvement de l'ion entre les plaques est rectiligne uniformément accéléré.

Q4 Montrer que la vitesse et la position de l'ion H^- dans la zone accélératrice s'écrivent $v_x(t) = \frac{eU}{md} t$ et $x(t) = \frac{1}{2} \frac{eU}{md} t^2$.

Vitesse. La coordonnée v_x du vecteur vitesse est une primitive par rapport au temps de a_x :

$$v_x(t) = \frac{eU}{md} t + C_1$$

L'ion est émis au point O sans vitesse initiale : $v_x(0) = 0$, donc $C_1 = 0$.

$$v_x(t) = \frac{eU}{md} \times t$$

Position. L'abscisse x est à son tour une primitive de v_x :

$$x(t) = \frac{1}{2} \frac{eU}{md} t^2 + C_2$$

L'ion est émis au point O , d'abscisse nulle : $x(0) = 0$, donc $C_2 = 0$.

$$x(t) = \frac{1}{2} \times \frac{eU}{md} \times t^2$$

Les deux expressions de l'énoncé sont bien retrouvées.



Q5 Calculer la valeur de la vitesse v_{sortie} de l'ion H^- après le premier passage dans la zone accélératrice, lorsque $x(t) = d$.

Étape 1 — valeur de l'accélération.

$$a_x = \frac{eU}{md} = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 65 \times 10^3}{1,67 \times 10^{-27} \times 5,0 \times 10^{-3}} = 1,25 \times 10^{15} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Étape 2 — durée du parcours entre les plaques.

On cherche la date t_1 à laquelle $x(t_1) = d$:

$$\frac{1}{2} a_x t_1^2 = d \quad \Rightarrow \quad t_1 = \sqrt{\frac{2d}{a_x}} = \sqrt{\frac{2 \times 5,0 \times 10^{-3}}{1,25 \times 10^{15}}} = 2,8 \times 10^{-9} \text{ s}$$

Étape 3 — vitesse atteinte.

On reporte cette durée (*non arrondie*) dans l'expression de v_x :

$$v_{\text{sortie}} = a_x \times t_1 = 1,25 \times 10^{15} \times 2,83 \times 10^{-9} \approx 3,53 \times 10^6$$

$$v_{\text{sortie}} = 3,5 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Cette vitesse représente environ 1 % de la célérité de la lumière : la mécanique newtonienne reste légitime.

Note du professeur

Il existe un chemin plus court, à connaître : en combinant les deux expressions on élimine le temps et l'on obtient $v_{\text{sortie}} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$, indépendante de d . Le calcul donne directement $\sqrt{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 65 \times 10^3 / (1,67 \times 10^{-27})} = 3,5 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. C'est la formule qui explique pourquoi on caractérise un accélérateur par la *tension* appliquée et non par la distance entre les plaques.

Q6 Vérifier que l'énergie cinétique de l'ion H^- à la sortie de la zone accélératrice vaut $E_C = 1,0 \times 10^{-14} \text{ J}$.

$$E_C = \frac{1}{2} m v_{\text{sortie}}^2 = \frac{1}{2} \times 1,67 \times 10^{-27} \times (3,53 \times 10^6)^2 = \frac{1}{2} \times 1,67 \times 10^{-27} \times 1,25 \times 10^{13}$$

$$E_C = 1,0 \times 10^{-14} \text{ J} : \text{la valeur annoncée est bien vérifiée.}$$

Contrôle par le théorème de l'énergie cinétique. Entre O et la seconde plaque, seule la force électrique travaille :

$$\Delta E_C = W(\vec{F}_e) = F_e \times d = \frac{eU}{d} \times d = eU = 1,6 \times 10^{-19} \times 65 \times 10^3 = 1,04 \times 10^{-14} \text{ J}$$

On retrouve la même valeur : le résultat est confirmé.

Ce résultat est remarquable : lors d'une traversée, la particule gagne une énergie $\Delta E_C = eU$,



indépendante de la distance d entre les plaques. Exprimée en électronvolts, elle vaut exactement 65 keV, c'est-à-dire le nombre de volts de la tension appliquée — c'est toute l'origine de l'unité « électronvolt ».

Q7 Calculer le nombre de tours complets effectués par les particules avant leur sortie du cyclotron (question à prise d'initiative).

Démarche suivie : (1) convertir en joules l'énergie cinétique de sortie donnée en MeV ; (2) diviser par le gain d'énergie obtenu à chaque passage entre les plaques pour compter les passages ; (3) traduire ce nombre de passages en nombre de tours.

Étape 1 — énergie cinétique de sortie en joules.

$$E_{C, \text{sortie}} = 70 \text{ MeV} = 70 \times 10^6 \times 1,60 \times 10^{-19} = 1,12 \times 10^{-11} \text{ J}$$

Étape 2 — nombre de passages entre les plaques.

Les particules ne gagnent d'énergie *que* dans la zone accélératrice, à raison de $1,0 \times 10^{-14} \text{ J}$ par passage ; elles n'en gagnent aucune dans les cavités (le champ magnétique ne travaille pas). Le nombre N de passages est donc :

$$N = \frac{E_{C, \text{sortie}}}{\Delta E_C} = \frac{1,12 \times 10^{-11}}{1,0 \times 10^{-14}} = 1,12 \times 10^3 = 1120$$

Étape 3 — passage du nombre de passages au nombre de tours.

À chaque **demi-tour** la particule décrit un demi-cercle dans une cavité, puis traverse une fois la zone accélératrice. Un **tour complet** comporte donc **deux** traversées de l'espace inter-plaques :

$$n_{\text{tours}} = \frac{N}{2} = \frac{1120}{2}$$

$$n_{\text{tours}} = 5,6 \times 10^2 \text{ tours complets (soit 560 tours)}$$

Ce très grand nombre de tours est exactement l'intérêt du cyclotron : il permet d'atteindre 70 MeV avec une tension modeste de 65 kV, en faisant repasser des centaines de fois la particule dans la même zone accélératrice.

Note du professeur

Le facteur 2 fait toute la difficulté de cette question : il faut avoir compris la géométrie du dispositif (deux demi-cylindres, donc deux traversées par tour). Une réponse qui s'arrête à 1120 en l'appelant « nombre de tours » perd le point de conclusion — mais la démarche, elle, est valorisée.

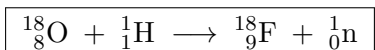
Remarquez aussi que $1,0 \times 10^{-14} \text{ J}$ est une valeur *arrondie* : avec la valeur exacte $eU = 1,04 \times 10^{-14} \text{ J}$ on obtiendrait 1077 passages, soit $5,4 \times 10^2$ tours. L'écart de 4 % provient uniquement de cet arrondi. Comme l'énoncé impose $1,0 \times 10^{-14} \text{ J}$, on répond $5,6 \times 10^2$; mentionner la remarque est un plus.



2. La production de radioisotope et la scintigraphie

Q8 Écrire l'équation de la réaction nucléaire conduisant à la formation du fluor 18.

Une cible riche en **oxygène 18** ($Z = 8$, $A = 18$) est bombardée par des **protons** ${}^1_1\text{H}$; il se forme du **fluor 18** ($Z = 9$, $A = 18$) et un **neutron** ${}^1_0\text{n}$:



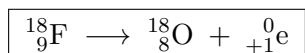
Vérification des lois de conservation de Soddy :

- nombre de nucléons : $18 + 1 = 19$ et $18 + 1 = 19$ ✓
- nombre de charges : $8 + 1 = 9$ et $9 + 0 = 9$ ✓

Q9 Donner le nom et le symbole de la particule émise lors d'une désintégration β^+ , puis écrire l'équation de la transformation nucléaire du fluor 18.

La particule émise lors d'une désintégration β^+ est le **positon** (ou positron), antiparticule de l'électron, de symbole ${}^0_{+1}\text{e}$: sa charge est $+e$ et son nombre de nucléons est nul.

Le noyau père est le fluor 18 ($Z = 9$). D'après les lois de conservation, le noyau fils a pour nombre de charges $Z' = 9 - 1 = 8$: c'est l'**oxygène 18**, et pour nombre de nucléons $A' = 18 - 0 = 18$:



Au niveau du noyau, cette désintégration correspond à la transformation d'un proton en neutron.

Q10 Calculer la longueur d'onde correspondant à l'énergie moyenne transportée par le photon (511 keV). Justifier alors l'utilisation d'une gamma-caméra.

Étape 1 — conversion de l'énergie en joules.

$$E = 511 \text{ keV} = 511 \times 10^3 \text{ eV} = 511 \times 10^3 \times 1,60 \times 10^{-19} = 8,18 \times 10^{-14} \text{ J}$$

Étape 2 — longueur d'onde associée.

On isole λ dans la relation $E = \frac{h \times c}{\lambda}$, avec $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$:

$$\lambda = \frac{h \times c}{E} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{8,18 \times 10^{-14}} = \frac{1,99 \times 10^{-25}}{8,18 \times 10^{-14}}$$

$$\lambda = 2,43 \times 10^{-12} \text{ m, soit environ } 2,4 \text{ pm}$$

Étape 3 — domaine du rayonnement.

D'après le schéma des domaines des ondes électromagnétiques, la frontière entre les rayons X et les rayons γ se situe vers 10^{-11} m . Or :

$$\lambda = 2,4 \times 10^{-12} \text{ m} < 10^{-11} \text{ m}$$



**Le rayonnement émis appartient au domaine des rayons γ :
il faut donc bien un détecteur adapté à ce domaine, c'est-à-dire une
gamma-caméra.**

Note du professeur

Sur la question Q9, ne pas écrire ${}^0_1\text{e}$: ce serait l'électron, émis lors d'une désintégration β^- . Le numéro de charge du positon est *positif*, comme l'indique l'exposant $+$ de β^+ . Notez aussi que le tableau des numéros atomiques de la page de données ne sert qu'aux questions Q8 et Q9 : ne le survolez pas.

Sur la question Q10, piège classique : oublier le préfixe « k » de keV. 511 keV, ce n'est pas 511 eV — le facteur 10^3 déplacerait λ dans le domaine des rayons X et la conclusion serait fausse. Contrôle de cohérence immédiat : plus l'énergie d'un photon est *grande*, plus sa longueur d'onde est *petite*. Une énergie de plusieurs centaines de keV ne peut correspondre qu'à un rayonnement γ , jamais à de la lumière visible.

Q11 Montrer que l'expression $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ est bien solution de l'équation différentielle $\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t)$.

1. Dérivation. On dérive la fonction proposée par rapport au temps (N_0 et λ sont des constantes) :

$$\frac{dN}{dt}(t) = N_0 \times (-\lambda) e^{-\lambda t} = -\lambda \times \underbrace{N_0 e^{-\lambda t}}_{= N(t)} = -\lambda N(t)$$

C'est exactement l'équation différentielle proposée. ✓

2. Condition initiale. À la date $t = 0$:

$$N(0) = N_0 e^0 = N_0$$

ce qui correspond bien au nombre de noyaux présents au moment de l'injection. ✓

La fonction $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ est bien solution de l'équation différentielle, avec la condition initiale imposée.

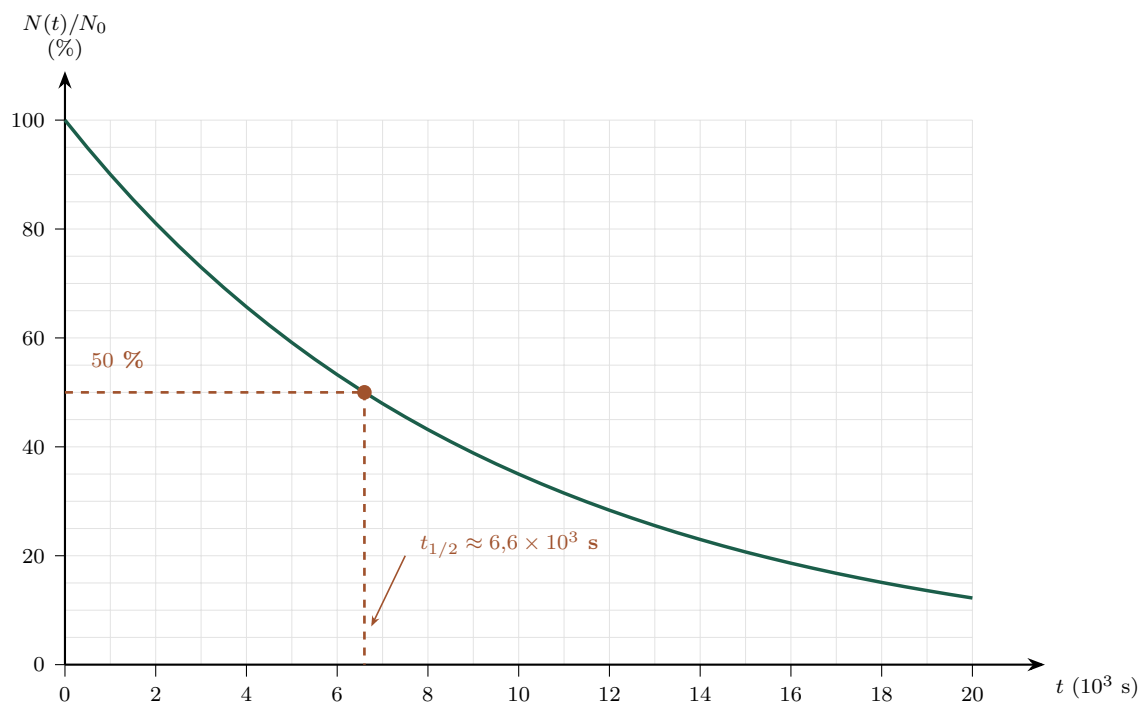
Q12 Définir puis déterminer graphiquement la valeur du temps de demi-vie $t_{1/2}$ du fluor 18.

Définition. Le **temps de demi-vie** $t_{1/2}$ d'un noyau radioactif est la durée au bout de laquelle la **moitié** des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon se sont désintégrés :

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \frac{N(t_{1/2})}{N_0} = 0,50 = 50 \%$$

Lecture graphique. On repère l'ordonnée 50 % sur l'axe vertical, on se déplace horizontalement jusqu'à la courbe, puis on projette verticalement sur l'axe des temps :





$$t_{1/2} \approx 6,6 \times 10^3 \text{ s} \quad (\text{lecture graphique à } \pm 0,2 \times 10^3 \text{ s près})$$

Soit environ 110 minutes, c'est-à-dire **1 h 50 min**.

Q13 Calculer la valeur de la constante radioactive λ correspondant au fluor 18.

On isole λ dans la relation fournie $t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$:

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = \frac{0,693}{6,6 \times 10^3}$$

$$\lambda = 1,05 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}, \text{ soit } 1,1 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} \text{ à deux chiffres significatifs ;}$$

on conserve 1,05 pour la suite

La constante radioactive s'exprime bien en s^{-1} : c'est l'inverse d'une durée, comme l'impose l'homogénéité de l'équation différentielle $dN/dt = -\lambda N$.

Note du professeur

La valeur de λ n'est connue qu'à deux chiffres significatifs, puisqu'elle découle d'une *lecture graphique*. On conserve néanmoins $1,05 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ — et non $1,1 \times 10^{-4}$ — pour les calculs des questions suivantes : arrondir dès maintenant décalerait le résultat de Q14 de deux points de pourcentage. On n'arrondit qu'au tout dernier calcul.



Q14 Déterminer le pourcentage de traceur radioactif restant dans le corps du patient après l'analyse des clichés.

Étape 1 — date correspondant à la fin de l'analyse des clichés.

D'après le déroulement de l'examen, en comptant à partir de l'injection ($t = 0$) :

- attente de la diffusion et de la fixation du traceur : environ 1 h ;
- enregistrement des clichés puis analyse : environ 30 min.

$$t = 1 \text{ h} + 30 \text{ min} = 1,5 \text{ h} = 1,5 \times 3600 = 5,4 \times 10^3 \text{ s}$$

Étape 2 — pourcentage de noyaux restants.

$$\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-1,05 \times 10^{-4} \times 5,4 \times 10^3} = e^{-0,567} = 0,567$$

Il reste environ 57 % du traceur radioactif dans le corps du patient.

Contrôle graphique. Sur la courbe de la page précédente, l'ordonnée lue pour $t = 5,4 \times 10^3 \text{ s}$ vaut bien environ 57 % : les deux méthodes concordent.

Autre lecture du même résultat : $5,4 \times 10^3 \text{ s}$ représente $0,82 \times t_{1/2}$, soit un peu moins d'une demi-vie — il est donc normal qu'il reste un peu plus de la moitié des noyaux.

Q15 Calculer la durée nécessaire pour qu'il reste moins de 1 % de traceur radioactif dans le corps du patient. Commenter cette valeur.

Étape 1 — mise en inéquation.

On cherche la date t à partir de laquelle $\frac{N(t)}{N_0} < 0,010$:

$$e^{-\lambda t} < 0,010$$

Étape 2 — résolution.

La fonction logarithme népérien étant strictement croissante, on peut l'appliquer aux deux membres :

$$-\lambda t < \ln(0,010) \quad \Rightarrow \quad t > -\frac{\ln(0,010)}{\lambda} = \frac{\ln(100)}{\lambda} = \frac{4,61}{1,05 \times 10^{-4}}$$

$t > 4,4 \times 10^4 \text{ s}$, soit environ 12 heures

Vérification par les demi-vies. Passer sous 1 % revient à diviser par 100, donc à attendre $\log_2(100) = 6,6$ demi-vies : $6,6 \times 6,6 \times 10^3 = 4,4 \times 10^4 \text{ s}$. ✓

Étape 3 — commentaire.

Le patient quitte l'hôpital **2 h** après le début de l'examen, alors qu'il faut environ **12 h** pour que l'activité du traceur devienne négligeable. À sa sortie il reste d'ailleurs

$$\frac{N}{N_0} = e^{-1,05 \times 10^{-4} \times 7,2 \times 10^3} = 0,47 \quad \text{soit environ 47 \% du traceur.}$$



Le patient reste radioactif pendant le reste de la journée : des précautions s'imposent après la sortie.

Concrètement : boire abondamment pour accélérer l'élimination urinaire du traceur, et éviter les contacts rapprochés et prolongés avec les jeunes enfants et les femmes enceintes jusqu'au lendemain.

Ce temps de demi-vie de 110 minutes constitue malgré tout un bon compromis : assez long pour que le traceur se fixe et que les clichés soient exploitables, assez court pour que la dose reçue par le patient reste faible. Avec un isotope de demi-vie de plusieurs jours, le patient resterait radioactif pendant des semaines.

Note du professeur

Deux gestes à automatiser. **(1)** Pour résoudre $e^{-\lambda t} < a$, écrivez $t > \frac{\ln(1/a)}{\lambda}$: en présentant l'inverse, on évite le signe « moins » et l'erreur de sens de l'inégalité (attention, la division par $-\lambda$ renverse l'inégalité). **(2)** Le raisonnement en demi-vies est un excellent contrôle : $1\% \approx 1/128 = 1/2^7$, donc environ 7 demi-vies, soit un peu moins de 13 h. L'ordre de grandeur est confirmé en dix secondes.

Nuance à connaître : ce calcul ne prend en compte que la décroissance *physique*. Dans la réalité l'organisme élimine aussi le traceur par voie urinaire, si bien que la demi-vie *effective* est plus courte que 110 min.

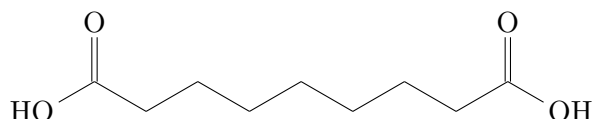
Exercice 2 — L'acide azélaïque dans les cosmétiques (5 points)

1. Propriétés de l'acide azélaïque

Q1 Écrire la formule topologique de l'acide azélaïque, de formule $\text{HOOC}-(\text{CH}_2)_7-\text{COOH}$.

Dans une **formule topologique**, la chaîne carbonée est représentée par une ligne brisée : chaque *extrémité* et chaque *sommet* correspond à un atome de carbone, les atomes d'hydrogène liés aux carbones ne sont pas écrits. Seuls les hétéroatomes (ici les atomes d'oxygène) et les hydrogènes qu'ils portent sont représentés.

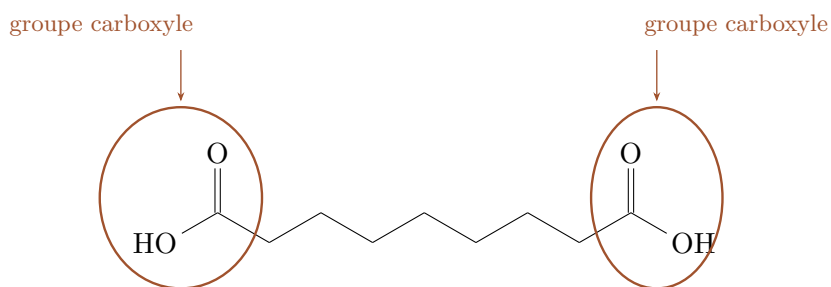
La molécule comporte $1 + 7 + 1 = 9$ atomes de carbone : la ligne brisée doit donc présenter **9 sommets**, les deux carbones des extrémités portant chacun un groupe $-\text{COOH}$.



Formule brute correspondante : $\text{C}_9\text{H}_{16}\text{O}_4$, de masse molaire $M = 9 \times 12,0 + 16 \times 1,0 + 4 \times 16,0 = 188 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, en accord avec la valeur $188,2 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ fournie par l'énoncé.



Q2 Entourer le(s) groupe(s) caractéristique(s) et nommer les fonctions chimiques associées.



La molécule possède **deux groupes caractéristiques identiques**, chacun situé à une extrémité de la chaîne : le groupe **carboxyle** -COOH , formé d'un atome de carbone doublement lié à un atome d'oxygène et simplement lié à un groupe hydroxyle.

Les deux groupes caractéristiques sont des groupes carboxyle : ils correspondent à la fonction acide carboxylique. L'acide azélaïque est un diacide carboxylique.

Note du professeur

Ne confondez pas *groupe caractéristique* (l'assemblage d'atomes : carboxyle) et *fonction* (la famille chimique : acide carboxylique) — l'énoncé demande explicitement les deux. Et ne comptez pas séparément le C=O et le -OH comme deux groupes distincts : réunis sur le même atome de carbone, ils forment *un seul* groupe caractéristique, le carboxyle.

Q3 Nommer la molécule d'acide azélaïque en nomenclature officielle, à l'aide des règles fournies.

Étape 1 — chaîne principale.

La chaîne carbonée principale comporte **9 atomes de carbone** : d'après le tableau fourni, le nom de l'alcane correspondant est le **nonane**.

Étape 2 — famille chimique et suffixe.

La fonction présente est la fonction **acide carboxylique** : d'après le second tableau, le nom prend la forme « acide ...oïque ».

Étape 3 — multiplicité du groupe.

La molécule possède **deux** groupes carboxyle identiques : la règle fournie impose de faire précéder le suffixe du préfixe multiplicatif « **di** », d'où la terminaison « ...dioïque ».

L'acide azélaïque se nomme acide nonanedioïque.

Aucun indice de position n'est nécessaire : les deux carbones fonctionnels sont, par construction, les carbones des extrémités de la chaîne, numérotés 1 et 9.

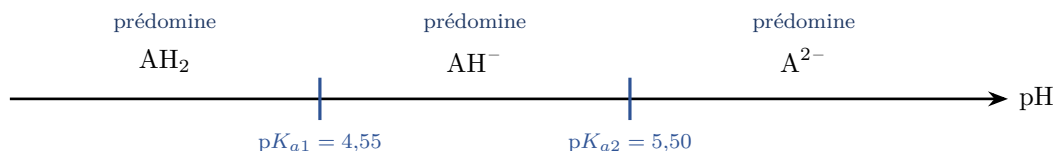


Q4 Établir le diagramme de prédominance de l'acide azélaïque ($pK_{a1} = 4,55$ et $pK_{a2} = 5,50$).

Le diacide AH_2 perd successivement ses deux protons, ce qui fait intervenir **deux couples acide/base** :



Pour chaque couple, la forme **acide** prédomine si $pH < pK_a$ et la forme **basique** si $pH > pK_a$. On obtient trois domaines :



AH_2 prédomine pour $pH < 4,55$; AH^- pour $4,55 < pH < 5,50$; A^{2-} pour $pH > 5,50$.

Q5 Déterminer la forme prédominante de l'acide azélaïque dans un milieu de $pH = 4,7$ (pH moyen de la peau du visage).

On situe la valeur $pH = 4,7$ sur le diagramme précédent :

$$pK_{a1} = 4,55 < pH = 4,7 < pK_{a2} = 5,50$$

Le pH est *supérieur* à pK_{a1} : la forme AH_2 a déjà cédé son premier proton. Il est *inférieur* à pK_{a2} : le second proton n'est pas encore cédé.

À la surface de la peau, c'est l'ion AH^- (l'ion hydrogéoazélate) qui prédomine.

Note du professeur

$pH = 4,7$ est très proche de $pK_{a1} = 4,55$: « prédomine » ne signifie donc pas « est seul présent ».

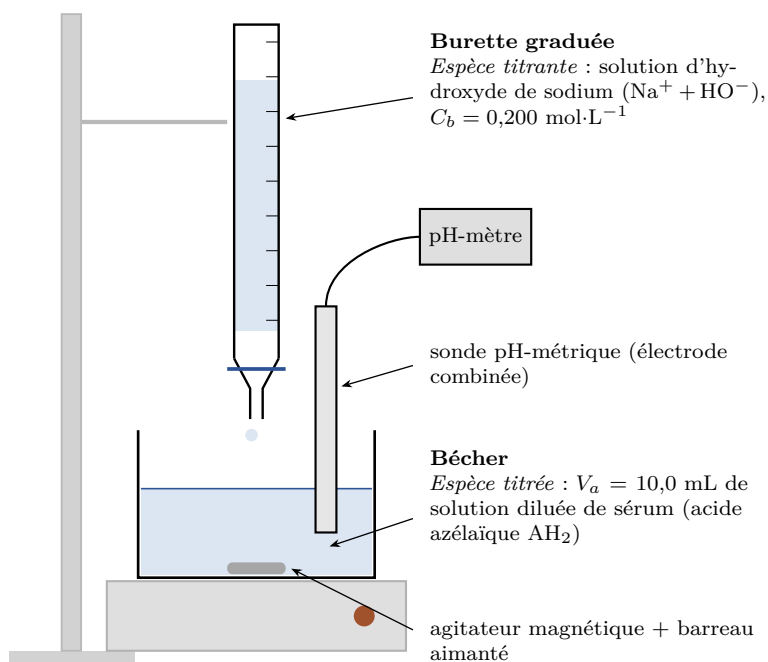
Ici $\frac{[AH^-]}{[AH_2]} = 10^{pH-pK_{a1}} = 10^{0,15} \approx 1,4$: les deux formes coexistent en quantités comparables, l'ion AH^- étant simplement un peu plus abondant. Un diagramme de prédominance donne un classement, jamais une composition exacte.



2. Dosage de l'acide azélaïque dans une solution commerciale

Q6 Schématiser et légender le montage permettant de réaliser ce titrage, en indiquant le nom et la position des espèces titrante et titrée.

Il s'agit d'un titrage suivi par **pH-métrie** : on verse progressivement la solution titrante contenue dans la burette et l'on mesure le pH de la solution titrée après chaque ajout.



**L'espèce titrante (hydroxyde de sodium) est dans la burette ;
l'espèce titrée (acide azélaïque du sérum dilué) est dans le bécher.**

Deux précisions attendues : le **barreau aimanté** et l'agitateur assurent l'homogénéité de la solution après chaque ajout ; si nécessaire, on ajoute de l'eau distillée dans le bécher pour que la partie sensible de la sonde soit **entièrement immergée** — cet ajout d'eau ne modifie pas la *quantité de matière* d'acide titrée, donc pas le volume équivalent.

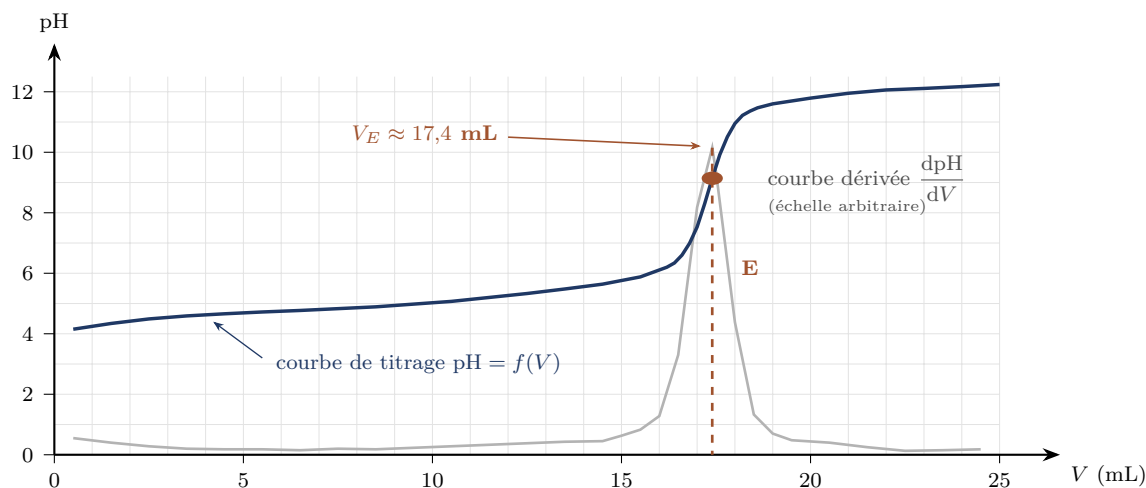
Q7 Montrer, en exploitant les résultats du titrage, que la masse d'acide azélaïque contenue dans un flacon de sérum vaut 3,3 g (question à prise d'initiative).

Démarche suivie : (1) déterminer le volume équivalent à partir de la courbe dérivée ; (2) en déduire la quantité d'ions hydroxyde versés à l'équivalence ; (3) utiliser la stœchiométrie de la réaction de titrage pour obtenir la quantité d'acide dans la prise d'essai ; (4) remonter à la fiole jaugée puis au flacon par le facteur de dilution ; (5) convertir en masse.

Étape 1 — détermination du volume à l'équivalence.

Le volume équivalent est l'abscisse du **maximum de la courbe dérivée** dpH/dV , c'est-à-dire l'abscisse du point d'inflexion du saut de pH :





$V_E \approx 17,4 \text{ mL}$ (lecture graphique à $\pm 0,2 \text{ mL}$ près)

Étape 2 — quantité d'ions hydroxyde versés à l'équivalence.

$$n(\text{HO}^-)_{\text{versé}} = C_b \times V_E = 0,200 \times 17,4 \times 10^{-3} = 3,48 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Étape 3 — quantité d'acide azélaïque dans la prise d'essai.

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les **proportions stœchiométriques** de l'équation $\text{AH}_2(\text{aq}) + 2\text{HO}^-(\text{aq}) \longrightarrow \text{A}^{2-}(\text{aq}) + 2\text{H}_2\text{O}(\ell)$:

$$\frac{n(\text{AH}_2)_{\text{titrée}}}{1} = \frac{n(\text{HO}^-)_{\text{versé}}}{2} \implies n(\text{AH}_2)_{\text{titrée}} = \frac{3,48 \times 10^{-3}}{2} = 1,74 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Étape 4 — retour à la fiole jaugée, puis au flacon.

Cette quantité est celle contenue dans la prise d'essai $V_a = 10,0 \text{ mL}$ prélevée dans la fiole jaugée de $100,0 \text{ mL}$. La solution étant homogène, la fiole entière en contient dix fois plus :

$$n_{\text{fiole}} = n(\text{AH}_2)_{\text{titrée}} \times \frac{V_{\text{fiole}}}{V_a} = 1,74 \times 10^{-3} \times \frac{100,0}{10,0} = 1,74 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

Or la *totalité* du flacon ($V_{\text{sérum}} = 30,0 \text{ mL}$) a été versée dans cette fiole : la quantité d'acide azélaïque du flacon est donc exactement n_{fiole} .

Étape 5 — conversion en masse.

$$m = n_{\text{fiole}} \times M = 1,74 \times 10^{-2} \times 188,2 = 3,27 \text{ g}$$

$m = 3,3 \text{ g}$: la valeur annoncée par l'énoncé est bien vérifiée.



Note du professeur

Trois pièges se cumulent dans cette question, et chacun fait perdre le résultat final.

(1) Le coefficient 2. L'acide azélaïque est un *diacide* : une mole d'acide consomme deux moles d'ions hydroxyde. Oublier la division par 2 double la masse trouvée (on obtiendrait 6,5 g).

(2) Le facteur de dilution 10. On titre 10,0 mL prélevés dans une fiole de 100,0 mL : la quantité trouvée doit être multipliée par 10.

(3) Le volume du flacon. Il ne faut *pas* multiplier une nouvelle fois par 30,0/100,0 : le flacon entier a été transvasé dans la fiole, donc « quantité du flacon » = « quantité de la fiole ».

Remarquez enfin qu'un seul saut de pH est visible sur la courbe, alors que le diacide possède deux acidités : les deux pK_a étant trop proches (4,55 et 5,50, écart < 4), les deux acidités sont titrées *simultanément* et le saut unique correspond bien à 2 mol d'ions hydroxyde par mole d'acide.

Q8 En déduire si le pourcentage massique déterminé expérimentalement est cohérent avec l'indication donnée par le site de vente (10 % en masse).

Étape 1 — masse de sérum contenue dans le flacon.

La densité du sérum est $d_{\text{sérum}} = \frac{\rho_{\text{sérum}}}{\rho_{\text{eau}}} = 1,03$, d'où $\rho_{\text{sérum}} = 1,03 \times 1,00 = 1,03 \text{ g}\cdot\text{mL}^{-1}$:

$$m_{\text{sérum}} = \rho_{\text{sérum}} \times V_{\text{sérum}} = 1,03 \times 30,0 = 30,9 \text{ g}$$

Étape 2 — pourcentage massique mesuré.

$$w = \frac{m_{\text{acide}}}{m_{\text{sérum}}} \times 100 = \frac{3,3}{30,9} \times 100$$

$$w = 10,7 \text{ \%, soit } w = (10,7 \pm 0,4) \text{ \%}$$

Étape 3 — test de compatibilité.

La valeur de référence annoncée par le site est $w_{\text{ref}} = 10,0 \text{ \%}$. On calcule le quotient proposé par l'énoncé :

$$z = \frac{|w_{\text{mes}} - w_{\text{ref}}|}{u(w)} = \frac{|10,7 - 10,0|}{0,4} = \frac{0,7}{0,4}$$

$$z = 1,8 < 2$$

Le quotient étant inférieur à 2, l'écart entre la valeur mesurée et l'indication du fabricant s'explique entièrement par les incertitudes de mesure.

Le pourcentage massique déterminé expérimentalement est cohérent avec l'indication du site de vente : l'étiquetage du sérum est conforme.

Robustesse de la conclusion. En reprenant la valeur non arrondie $m = 3,27 \text{ g}$, on obtiendrait $w = 10,6 \text{ \%}$ et $z = 1,5$: la conclusion ($z < 2$) est inchangée. Elle ne dépend donc pas de l'arrondi effectué à la question Q7.



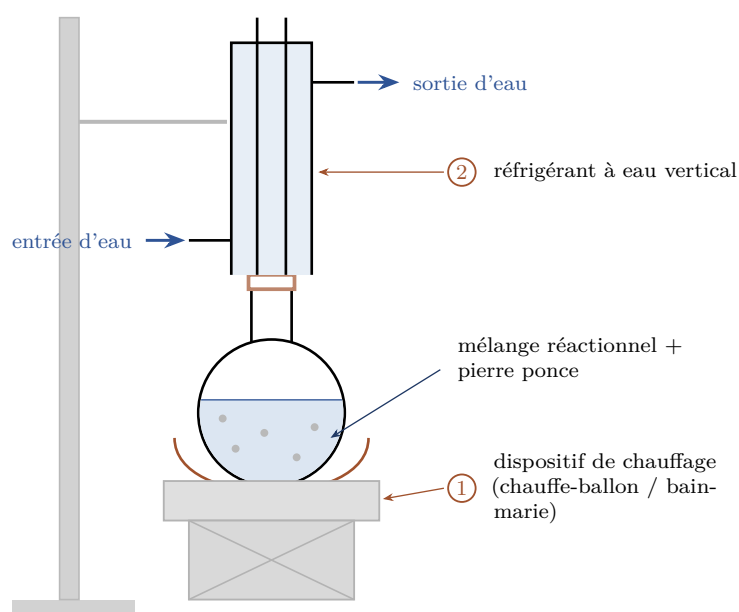
Exercice 3 — Une synthèse non totale, l'estérification (4 points)**1. Mode opératoire de l'estérification**

Q1 Choisir parmi les trois montages proposés celui qui est adapté à la synthèse de l'ester, et indiquer l'intérêt de l'élément 1 et celui de l'élément 2.

Le protocole impose de **chauffer à reflux** pendant une heure. Il faut donc un montage dans lequel les vapeurs sont condensées puis *ramenées dans le ballon*.

- dans les montages 1 et 3, le réfrigérant conduit les vapeurs condensées vers un récipient *extérieur* au ballon (erlenmeyer, éprouvette de recueil) : ce sont des montages de type **distillation**, dans lesquels le condensat quitte définitivement le milieu réactionnel — les réactifs seraient perdus ;
- seul le montage 2 comporte un réfrigérant **vertical** placé directement au-dessus du ballon : les vapeurs condensées y retombent. C'est le montage de chauffage à reflux.

Le montage adapté est le montage 2 : le chauffage à reflux.



Intérêt de l'élément 1 (le dispositif de chauffage). La température est un **facteur cinétique** : chauffer augmente la fréquence et l'efficacité des chocs entre molécules, donc la vitesse de la réaction. L'estérification étant une réaction *lente*, ce chauffage permet d'atteindre l'état final en une heure au lieu de plusieurs jours.

Intérêt de l'élément 2 (le réfrigérant à eau). Il condense les vapeurs des espèces volatiles (éthanol, acide éthanóïque, ester) et les **renvoie dans le ballon**. On peut ainsi chauffer sans perte de matière et sans rejet de vapeurs inflammables ou irritantes : les quantités de matière du milieu réactionnel restent inchangées.

Élément 1 : chauffer pour accélérer la réaction (facteur cinétique).
Élément 2 : condenser les vapeurs pour éviter toute perte de matière.



Note du professeur

Formulez toujours l'intérêt du reflux en deux temps : « on chauffe pour aller plus vite » *et* « on condense pour ne rien perdre ». Un seul des deux ne suffit pas. Et rappelez-vous que chauffer **n'améliore pas le rendement** : pour l'estérification, l'enthalpie de réaction est quasi nulle, si bien que K — et donc τ — sont pratiquement indépendants de la température ; celle-ci modifie la *durée* nécessaire pour atteindre l'état d'équilibre, pas la composition de cet état (c'est l'objet de la question Q7). Les grains de pierre ponce, eux, ne servent qu'à réguler l'ébullition.

Q2 Indiquer le rôle de l'acide sulfurique $H_2SO_4(aq)$ et l'intérêt de son ajout.

L'acide sulfurique est introduit en très faible quantité (0,5 mL) et ne figure pas dans l'équation de la réaction : il n'est ni un réactif, ni un produit — il est régénéré en fin de réaction.

L'acide sulfurique joue le rôle de catalyseur (catalyse acide, homogène).

Intérêt de son ajout. Il **augmente la vitesse** de la réaction en offrant un chemin réactionnel de moindre énergie d'activation : associé au chauffage à reflux, il permet d'atteindre l'état final en une heure.

Limite à connaître : un catalyseur ne modifie *pas* l'état final du système. Le taux d'avancement final, la constante d'équilibre et donc le rendement sont exactement les mêmes avec ou sans acide sulfurique.

Q3 Calculer la valeur de la masse d'ester obtenue si la réaction était totale.

Étape 1 — tableau d'avancement.

Les deux réactifs sont introduits en quantités égales : $n_0 = 0,150$ mol.

	CH_3COOH	+	C_2H_5OH	$\rightleftharpoons$	$CH_3COOC_2H_5$	+	H_2O
État initial ($x = 0$)	0,150		0,150		0		0
En cours (x)	$0,150 - x$		$0,150 - x$		x		x
État final si totale ($x_{\max}$)	$0,150 - x_{\max}$		$0,150 - x_{\max}$		$x_{\max}$		$x_{\max}$

Étape 2 — avancement maximal.

Si la réaction était totale, le réactif limitant serait entièrement consommé. Les deux réactifs étant introduits en proportions stœchiométriques (1 pour 1), ils sont *tous les deux* limitants :

$$0,150 - x_{\max} = 0 \implies x_{\max} = 0,150 \text{ mol} \implies n(\text{ester})_{\max} = x_{\max} = 0,150 \text{ mol}$$

Étape 3 — masse molaire de l'ester puis masse.

L'ester est l'éthanoate d'éthyle $CH_3COOC_2H_5$, de formule brute $C_4H_8O_2$:

$$M(\text{ester}) = 4 \times 12,0 + 8 \times 1,0 + 2 \times 16,0 = 48,0 + 8,0 + 32,0 = 88,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m_{\max} = n(\text{ester})_{\max} \times M(\text{ester}) = 0,150 \times 88,0$$

$$m_{\max} = 13,2 \text{ g}$$



2. L'estérification : une réaction non totale

Q4 Rappeler la définition du taux d'avancement final τ , puis montrer que la constante d'équilibre s'écrit $K = \frac{\tau^2}{(1-\tau)^2}$.

Définition. Le taux d'avancement final τ est le quotient de l'avancement final x_f réellement atteint par l'avancement maximal $x_{\max}$ qu'aurait la réaction si elle était totale :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{\max}} \quad \text{avec} \quad 0 \leq \tau \leq 1$$

Quantités de matière à l'état final.

Ici $x_{\max} = n_0 = 0,150$ mol, donc $x_f = \tau n_0$:

$$n_{\text{ester}} = n_{\text{eau}} = x_f = \tau n_0 \quad \text{et} \quad n_{\text{acide}} = n_{\text{alcool}} = n_0 - x_f = n_0 (1 - \tau)$$

Expression de la constante d'équilibre.

La constante d'équilibre est la valeur prise par le quotient de réaction à l'état d'équilibre :

$$K = Q_{r,\text{eq}} = \frac{n_{\text{ester}} \times n_{\text{eau}}}{n_{\text{acide}} \times n_{\text{alcool}}} = \frac{(\tau n_0) \times (\tau n_0)}{[n_0 (1 - \tau)] \times [n_0 (1 - \tau)]} = \frac{\tau^2 n_0^2}{n_0^2 (1 - \tau)^2}$$

Les termes n_0^2 se simplifient :

$$K = \frac{\tau^2}{(1 - \tau)^2}$$

Note du professeur

La simplification par n_0^2 est riche d'enseignement : pour cette estérification en proportions stœchiométriques, le taux d'avancement final ne dépend *pas* des quantités initiales, seulement de K — donc de la température. C'est aussi pour cette raison que Q_r peut ici s'écrire avec des quantités de matière plutôt qu'avec des concentrations : les volumes, identiques au numérateur et au dénominateur, se simplifient.

Petite remarque de rigueur : en développant $K(1-\tau)^2 = \tau^2$ on obtient $(K-1)\tau^2 - 2K\tau + K = 0$. Ce sont bien les racines de *cette* équation qui sont fournies : avec $K = 4,0$, $3\tau^2 - 8\tau + 4 = 0$ donne $\tau = 2$ ou $\tau = 2/3 \approx 0,67$. Attention, le sujet imprime « $+2K\tau$ » : c'est une coquille — avec le signe $+$, les racines seraient $-2/3$ et -2 , toutes deux négatives, donc physiquement impossibles.

Q5 Choisir, en justifiant, parmi $\tau_1 = 0,67$ et $\tau_2 = 2,0$ le taux d'avancement final réel de cette réaction.

Par définition, $\tau = \frac{x_f}{x_{\max}}$ avec $x_f \leq x_{\max}$: le taux d'avancement final est nécessairement compris entre 0 et 1.

Or $\tau_2 = 2,0 > 1$: cette solution mathématique signifierait que la réaction a produit *deux fois plus* d'ester que si elle avait été totale, ce qui est physiquement impossible. On la rejette.



Le taux d'avancement final réel est $\tau_1 = 0,67$.

Cette valeur, nettement inférieure à 1, confirme que l'estérification est une réaction **non totale** : à l'état final, il reste dans le ballon de l'acide éthanoïque et de l'éthanol n'ayant pas réagi.

Q6 Déterminer la valeur de la masse d'ester réellement produit lors de cette synthèse.

Étape 1 — avancement final.

$$x_f = \tau \times x_{\max} = 0,67 \times 0,150 = 0,1005 \text{ mol}$$

Étape 2 — masse d'ester correspondante.

D'après le tableau d'avancement, $n_{\text{ester}} = x_f$:

$$m_{\text{ester}} = x_f \times M(\text{ester}) = 0,1005 \times 88,0$$

$$m_{\text{ester}} = 8,8 \text{ g}$$

Rendement de la synthèse.

$$\rho = \frac{m_{\text{ester}}}{m_{\max}} = \frac{8,8}{13,2} = 0,67 = 67 \%$$

Le rendement est ici égal au taux d'avancement final, ce qui est logique : les deux quotients comparent la même quantité d'ester obtenue à celle qu'aurait donnée une réaction totale.

Q7 Proposer deux modifications des paramètres expérimentaux permettant d'améliorer le rendement ρ de cette estérification.

Pour augmenter le rendement, il faut **déplacer l'état final dans le sens direct**, c'est-à-dire faire évoluer le système de façon que le quotient de réaction Q_r reste inférieur à K .

Modification 1 — introduire un excès de l'un des réactifs.

En introduisant par exemple de l'éthanol en excès ($n_{\text{alcool}} > n_{\text{acide}}$), le dénominateur de Q_r augmente : le système évolue dans le sens direct pour retrouver $Q_r = K$. Une proportion plus grande de l'acide éthanoïque (désormais réactif limitant) est convertie en ester : le rendement calculé par rapport à ce réactif limitant augmente.

Modification 2 — éliminer l'un des produits au fur et à mesure de sa formation.

En extrayant l'eau formée (par exemple à l'aide d'un montage de type Dean-Stark) ou en distillant l'ester au fur et à mesure, le numérateur de Q_r est maintenu faible : Q_r reste inférieur à K et la réaction se poursuit dans le sens direct sans jamais atteindre l'équilibre.

**Deux modifications efficaces : (1) utiliser un excès d'un des réactifs ;
(2) éliminer l'eau (ou l'ester) au fur et à mesure de sa formation.**

Variante également acceptable : remplacer l'acide éthanoïque par l'anhydride éthanoïque. La



réaction avec l'alcool devient alors **totale** et le rendement s'approche de 100 %.

Note du professeur

Le piège de cette question est de proposer « chauffer davantage » ou « ajouter plus de catalyseur ». Ce sont des **facteurs cinétiques** : ils permettent d'atteindre l'état d'équilibre plus vite, mais ne changent ni τ , ni ρ (à température fixée, K est fixée). Pour améliorer un *rendement*, il faut agir sur la *position* de l'équilibre, jamais sur sa vitesse d'établissement. Le test infailible : « ma modification change-t-elle la valeur de Q_r ou celle de K ? » Si la réponse est non, le rendement ne bougera pas.

Récapitulatif des résultats numériques

Exercice 1. $P = 1,64 \times 10^{-26}$ N, $F_e = 2,1 \times 10^{-12}$ N ($F_e/P \approx 10^{14}$) • $\vec{F}_e$ vers les x croissants, $\vec{E}$ opposé • $a_x = eU/(md) = 1,25 \times 10^{15}$ m.s $^{-2}$ • $t_1 = 2,8 \times 10^{-9}$ s, $v_{\text{sortie}} = 3,5 \times 10^6$ m.s $^{-1}$ • $E_C = 1,0 \times 10^{-14}$ J = $eU = 65$ keV • 1120 passages soit $5,6 \times 10^2$ tours • $^{18}_8\text{O} + ^1_1\text{H} \rightarrow ^{18}_9\text{F} + ^1_0\text{n}$ • positon $^0_{+1}\text{e}$, $^{18}_9\text{F} \rightarrow ^{18}_8\text{O} + ^0_{+1}\text{e}$ • $\lambda_{\text{onde}} = 2,43 \times 10^{-12}$ m : rayons γ • $t_{1/2} \approx 6,6 \times 10^3$ s (≈ 1 h 50), $\lambda = 1,05 \times 10^{-4}$ s $^{-1}$ • 57 % restants après 1 h 30 • $t > 4,4 \times 10^4$ s (≈ 12 h) pour descendre sous 1 %.

Exercice 2. C $_9$ H $_{16}$ O $_4$, deux groupes carboxyle $\rightarrow$ acide nonanedioïque • AH $_2$ si pH < 4,55; AH $^-$ si 4,55 < pH < 5,50; A $^{2-}$ si pH > 5,50, donc AH $^-$ à pH = 4,7 • $V_E \approx 17,4$ mL $\rightarrow n(\text{HO}^-) = 3,48 \times 10^{-3}$ mol, $n(\text{AH}_2)_{\text{firole}} = 1,74 \times 10^{-2}$ mol, $m = 3,3$ g • $m_{\text{sérum}} = 30,9$ g, $w = (10,7 \pm 0,4)$ %, $z = 1,8 < 2$: indication conforme.

Exercice 3. Montage 2 (reflux) • H $_2$ SO $_4$ = catalyseur • $x_{\text{max}} = 0,150$ mol, $M(\text{ester}) = 88,0$ g.mol $^{-1}$, $m_{\text{max}} = 13,2$ g • $K = \tau^2/(1-\tau)^2$ • $\tau_f = 0,67$ (car $\tau \leq 1$) • $x_f = 0,1005$ mol, $m_{\text{ester}} = 8,8$ g, $\rho = 67$ % • excès d'un réactif ou élimination de l'eau formée.

