

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL — SESSION 2026
Physique-Chimie — Enseignement de spécialité
ASIE — JOUR 2 (SUJET 26-PYCJ2JA1)

CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Rédaction conforme à une copie notée 20/20

Comment utiliser ce corrigé. Le texte contenu dans les **cadres bleus** correspond à ce qu'il faut *effectivement écrire sur la copie* : phrase d'introduction, formule littérale, application numérique, résultat avec unité et bon nombre de chiffres significatifs, puis conclusion. Les encadrés orange « Note du professeur » ne font pas partie de la copie : ce sont des conseils de méthode et des pièges à éviter.

Répartition des points : Exercice 1 — 11 points • Exercice 2 — 4 points • Exercice 3 — 5 points.
Durée : 3 h 30.

Corrigé non officiel, proposé par Génies des Sciences. Il ne s'agit pas du barème du jury.

Exercice 1 — Jeu d'évasion (11 points)

1. Cible à atteindre

Q1 Exprimer les coordonnées du vecteur accélération du centre de masse M du projectile en appliquant la deuxième loi de Newton.

Système : le projectile de masse $m = 100$ g, assimilé à son centre de masse M .

Référentiel : celui de la pièce, supposé galiléen.

Bilan des forces : une fois sorti du canon, le projectile n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ (l'énoncé précise que toute autre action, en particulier celle de l'air, est négligée).

Deuxième loi de Newton appliquée au système dans le référentiel choisi :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \quad \Longrightarrow \quad m\vec{g} = m\vec{a} \quad \Longrightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$$

Dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{k})$ de la figure 2, l'axe (Oz) est vertical *ascendant* alors que $\vec{g}$ est vertical *descendant* :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_z(t) = -g = -9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{cases}$$

Le mouvement est une chute libre : l'accélération ne dépend pas de la masse du projectile.



Q2 Montrer que les équations horaires du mouvement sont $x(t) = v_0 \cos(\alpha) t$ et $z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) t + H$.

Vitesse. Le vecteur vitesse est une primitive du vecteur accélération par rapport au temps. Les constantes d'intégration sont les coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$, qui fait l'angle α avec l'horizontale :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos \alpha \\ v_z(t) = -g t + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

Position. Le vecteur position est à son tour une primitive du vecteur vitesse. Les nouvelles constantes d'intégration sont les coordonnées de la position initiale : d'après la figure 2, à $t = 0$ le point M est sur l'axe (Oz), donc $x(0) = 0$, et à la hauteur de la sortie du canon, donc $z(0) = H = H_T + H_B$:

$$\overrightarrow{\text{OM}}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha) \cdot t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) \cdot t + H \end{cases}$$

Les équations horaires de l'énoncé sont bien retrouvées.

Q3 En déduire que l'équation de la trajectoire s'écrit $z(x) = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2 + \tan(\alpha) \cdot x + H$.

L'équation de la trajectoire donne z en fonction de x : il faut donc **éliminer le temps** entre les deux équations horaires. La première s'inverse immédiatement (avec $\cos \alpha \neq 0$) :

$$x = v_0 \cos(\alpha) \cdot t \quad \implies \quad t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

On reporte cette expression dans l'équation horaire de z :

$$z(x) = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \sin(\alpha) \cdot \frac{x}{v_0 \cos \alpha} + H$$

Le second terme se simplifie en $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} x = \tan(\alpha) x$:

$$z(x) = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2 + \tan(\alpha) \cdot x + H$$

La trajectoire est donc une portion de **parabole**, comme attendu pour une chute libre avec vitesse initiale non verticale.

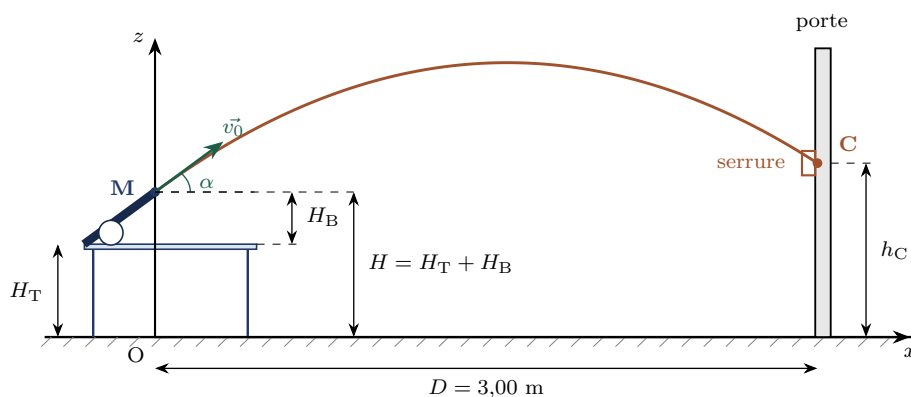
Note du professeur

Deux réflexes à avoir. **(1)** La hauteur H n'est pas une constante d'intégration « décorative » : c'est l'ordonnée du point de départ M. L'oublier revient à lancer le projectile depuis le sol, et toute la question Q4 s'effondre. **(2)** L'équation de la trajectoire ne contient plus t : si le temps subsiste dans votre expression, l'élimination n'a pas été menée à son terme.



Q4 Déterminer et calculer la valeur de la hauteur H_T de la table à régler pour débloquer la serrure.

Démarche suivie : (1) traduire mathématiquement la condition « le projectile passe par C » ; (2) isoler la hauteur H de la sortie du canon ; (3) en déduire $H_T = H - H_B$; (4) vérifier que la valeur trouvée est bien réglable sur la table.



La trajectoire tracée est celle obtenue avec le réglage cherché ($H_T = 0,534 \text{ m}$) : le projectile culmine vers $x = 1,6 \text{ m}$, puis redescend exactement sur la serrure. (Échelles horizontale et verticale différentes.)

Étape 1 — condition à imposer.

La serrure se débloque si le centre de masse M passe par le point C. D'après la figure 2, ce point a pour coordonnées $x_C = D = 3,00 \text{ m}$ et $z_C = h_C = 1,00 \text{ m}$. La trajectoire doit donc vérifier :

$$h_C = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} D^2 + \tan(\alpha) \cdot D + H$$

Étape 2 — expression de H , puis de H_T .

Tous les termes sont connus sauf H , que l'on isole :

$$H = h_C + \frac{g D^2}{2 v_0^2 \cos^2(\alpha)} - D \tan(\alpha)$$

Comme $H = H_T + H_B$:

$$H_T = h_C + \frac{g D^2}{2 v_0^2 \cos^2(\alpha)} - D \tan(\alpha) - H_B$$

Étape 3 — application numérique.

Avec $\cos(43,0^\circ) = 0,7314$, $\cos^2(43,0^\circ) = 0,5349$, $\tan(43,0^\circ) = 0,9325$ et $H_B = 30,0 \text{ cm} = 0,300 \text{ m}$:

$$\frac{g D^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} = \frac{9,81 \times (3,00)^2}{2 \times (5,60)^2 \times 0,5349} = \frac{88,29}{33,549} = 2,6317 \text{ m}$$

$$D \tan \alpha = 3,00 \times 0,9325 = 2,7975 \text{ m}$$

$$H_T = 1,00 + 2,6317 - 2,7975 - 0,300 = 0,5342 \text{ m}$$

$$H_T = 0,534 \text{ m, soit } H_T \approx 53 \text{ cm}$$



Étape 4 — vérification de la faisabilité.

La hauteur de la table est réglable entre 40 et 80 cm : la valeur 53 cm est bien accessible.

**Les joueurs doivent régler la table à environ 53 cm de hauteur
(la sortie du canon se trouve alors à $H = 0,834$ m du sol).**

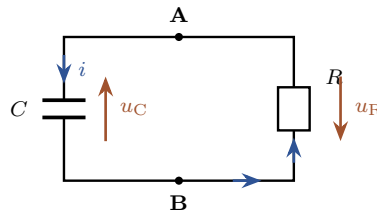
Note du professeur

Le piège de cette question est **numérique** : H est la différence de deux nombres voisins (2,63 et 2,80). Si l'on arrondit ces deux termes à deux chiffres significatifs (2,6 et 2,8), on obtient $H_T = 0,50$ m au lieu de 0,534 m : une erreur de plus de 3 cm sur un réglage de table... On garde donc *trois* chiffres significatifs dans les calculs intermédiaires. Attention aussi à convertir $H_B = 30,0$ cm en mètres, et à vérifier que la calculatrice est bien en **degrés**.

2. Résistance à régler

Q5 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par u_C lors de la décharge s'écrit $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = 0$, et donner l'expression de τ en fonction de R et C .

Lorsque l'interrupteur K est basculé en position 2, le générateur est mis hors circuit : le condensateur et le conducteur ohmique forment une **maille unique**.

**Étape 1 — loi des mailles.**

Les deux dipôles sont branchés entre les deux mêmes nœuds A et B. Or, d'après les orientations de la figure 3, la flèche de u_C pointe vers le haut et celle de u_R vers le bas :

$$u_C = V_A - V_B \quad \text{et} \quad u_R = V_B - V_A \quad \implies \quad u_C + u_R = 0$$

Étape 2 — lois des dipôles.

Les deux dipôles sont orientés en **convention récepteur** (flèche de tension et flèche de courant en sens contraires) :

$$u_R = R i \quad \text{et} \quad i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \quad (\text{car } q = C u_C)$$

Étape 3 — combinaison.

En reportant dans la loi des mailles :

$$u_C + R C \frac{du_C}{dt} = 0$$

On divise par RC (non nul) pour faire apparaître la forme demandée :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = 0 \quad \text{avec} \quad \tau = RC$$



Vérification de l'homogénéité : $[R] \times [C] = \Omega \times F = \frac{V}{A} \times \frac{C}{V} = \frac{C}{A} = s$. τ est bien une durée. ✓

Note du professeur

Le point délicat est le **signe**. Sur la figure 3, u_C et u_R sont fléchées en sens *opposés* : la loi des mailles s'écrit donc $u_C + u_R = 0$ et non $u_C = u_R$. Avec cette dernière écriture (fausse ici), on aboutirait à $\frac{du_C}{dt} - \frac{1}{\tau} u_C = 0$, dont la solution est une exponentielle *croissante* : un condensateur qui se charge tout seul, sans générateur... Le contrôle de cohérence physique (« la tension doit décroître ») permet de rattraper l'erreur.

Q6 Vérifier que cette équation différentielle admet une solution de la forme $u_C(t) = A \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ et donner l'expression de A .

1. La fonction proposée est bien solution.

On dérive la fonction proposée par rapport au temps :

$$\frac{du_C}{dt}(t) = A \times \left(-\frac{1}{\tau}\right) e^{-t/\tau} = -\frac{1}{\tau} \underbrace{A e^{-t/\tau}}_{= u_C(t)} = -\frac{1}{\tau} u_C(t)$$

On reporte alors dans le membre de gauche de l'équation différentielle :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = -\frac{1}{\tau} u_C(t) + \frac{1}{\tau} u_C(t) = 0 \quad \checkmark$$

L'égalité est vérifiée à chaque instant, et ce *quelle que soit* la valeur de A : la fonction proposée est bien solution de l'équation différentielle.

2. Détermination de A .

La constante A est fixée par la **condition initiale**. La tension aux bornes d'un condensateur est une fonction continue du temps : juste après le basculement de K, elle vaut encore la tension de charge U_0 . Or $u_C(0) = A e^0 = A$, d'où :

$$A = U_0 = 5,0 \text{ V} \quad \text{et donc} \quad u_C(t) = U_0 e^{-t/(RC)}$$

A est bien homogène à une tension, et la fonction est décroissante : la tension part de 5,0 V et tend vers 0, ce qui correspond bien à une décharge.

Q7 Déterminer laquelle des trois courbes de décharge (R_1 , R_2 , R_3) correspond à la durée correcte de rotation de l'aiguille. La démarche est présentée sur l'annexe.

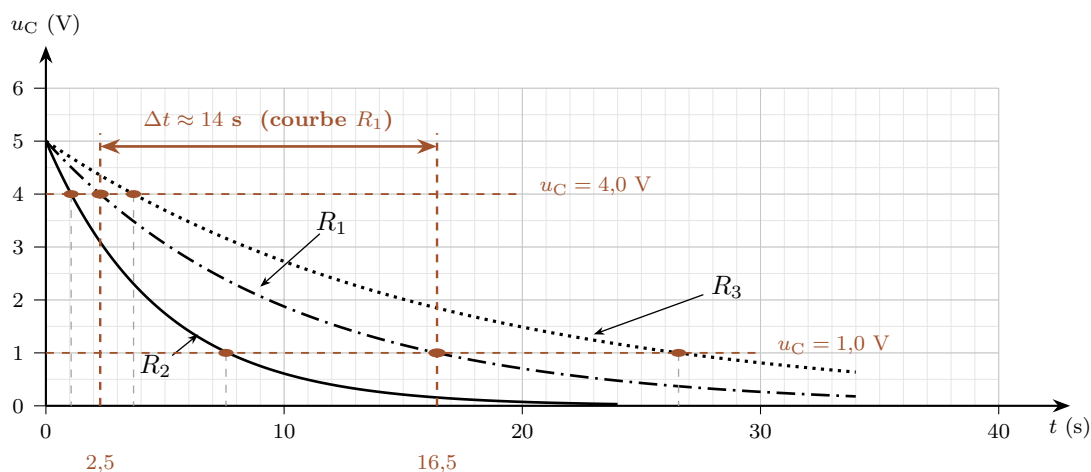
Étape 1 — traduire la condition d'ouverture du coffre.

L'aiguille se met en rotation quand $u_C = 4,0 \text{ V}$ et s'arrête quand $u_C = 1,0 \text{ V}$. La durée de rotation est donc la durée $\Delta t = t_2 - t_1$ qui sépare ces deux instants ; le coffre s'ouvre si $\Delta t = 14 \text{ s}$.

Étape 2 — construction graphique sur l'annexe.

On trace les deux droites horizontales d'ordonnées $u_C = 4,0 \text{ V}$ et $u_C = 1,0 \text{ V}$, puis on projette sur l'axe des temps leurs points d'intersection avec chacune des trois courbes.





Étape 3 — comparaison des trois courbes.

Courbe	t_1 pour $u_C = 4,0 \text{ V}$	t_2 pour $u_C = 1,0 \text{ V}$	$\Delta t = t_2 - t_1$
R_2 (trait plein)	$\approx 1,0 \text{ s}$	$\approx 7,5 \text{ s}$	$\approx 6,5 \text{ s}$
R_1 (trait mixte)	$\approx 2,5 \text{ s}$	$\approx 16,5 \text{ s}$	$\approx 14 \text{ s} \quad \checkmark$
R_3 (pointillés)	$\approx 3,5 \text{ s}$	$\approx 26,5 \text{ s}$	$\approx 23 \text{ s}$

**Seule la courbe R_1 conduit à $\Delta t \approx 14 \text{ s}$:
c'est la valeur de résistance R_1 que les joueurs doivent choisir.**

Les deux autres valeurs sont très éloignées de la cible (6,5 s et 23 s, soit deux fois moins et 1,6 fois plus) : la lecture graphique, précise à $\pm 0,5 \text{ s}$ sur chaque abscisse, ne laisse aucune ambiguïté.

Note du professeur

On peut prévoir le résultat sans lire aucune courbe. Comme $u_C(t) = U_0 e^{-t/\tau}$, la durée entre 4,0 V et 1,0 V vaut

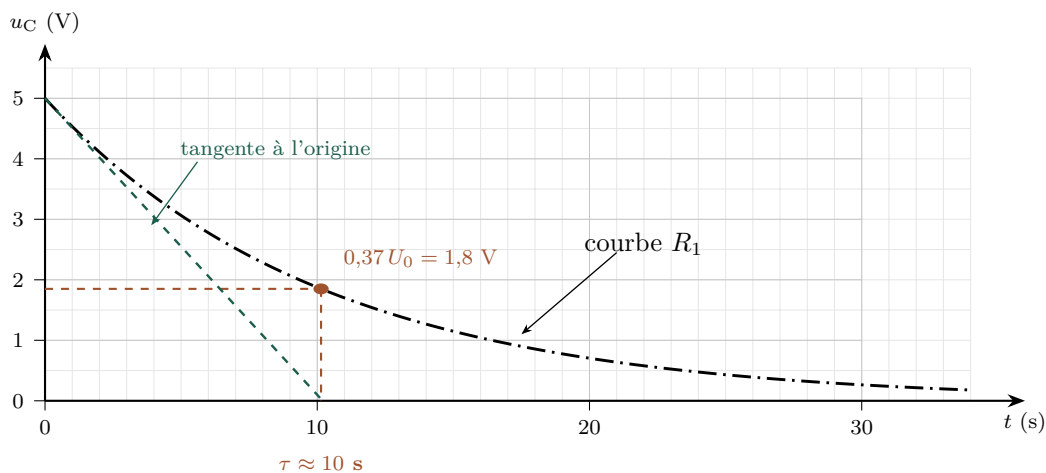
$$\Delta t = \tau \ln\left(\frac{4,0}{1,0}\right) = \tau \ln 4 = 1,39 \tau$$

Cette durée ne dépend *ni* de U_0 *ni* des tensions elles-mêmes, mais seulement de leur *rapport*. Imposer $\Delta t = 14 \text{ s}$ revient donc à imposer $\tau = 14 / \ln 4 = 10,1 \text{ s}$: on cherche la courbe dont la constante de temps vaut environ 10 s, ce qui est exactement le sens de la question Q8.

Q8 Dédurre de la courbe choisie la valeur correspondante de la constante de temps de décharge τ .

Deux méthodes graphiques, à mener sur la seule courbe R_1 , donnent la constante de temps.





Méthode 1 — la valeur caractéristique $0,37 U_0$.

À la date $t = \tau$: $u_C(\tau) = U_0 e^{-1} = U_0/e = 5,0/e = 1,8 \text{ V}$. On repère l'ordonnée 1,8 V sur la courbe R_1 , puis on projette le point correspondant sur l'axe des abscisses.

Méthode 2 — la tangente à l'origine.

La tangente à la courbe à la date $t = 0$ coupe l'axe des temps à l'abscisse $t = \tau$. On retrouve la même valeur.

$$\tau \approx 10 \text{ s} \quad (\text{lecture graphique à } \pm 1 \text{ s près})$$

Contrôle de cohérence avec la question Q7 : $\Delta t = \tau \ln 4 = 10 \times 1,39 = 13,9 \text{ s} \approx 14 \text{ s}$. ✓

Q9 Calculer la valeur de la résistance R du conducteur ohmique que les joueurs doivent choisir pour ouvrir le coffre.

D'après la question Q5, $\tau = RC$. On en tire R , avec $C = 47 \mu\text{F} = 47 \times 10^{-6} \text{ F}$:

$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{10}{47 \times 10^{-6}}$$

$$R = 2,1 \times 10^5 \Omega, \text{ soit environ } 2,1 \times 10^2 \text{ k}\Omega$$

La résistance variable doit donc être réglée aux alentours de 210 k Ω pour que l'aiguille tourne exactement pendant 14 s et que le coffre s'ouvre.

Note du professeur

La lecture graphique de τ étant précise à $\pm 1 \text{ s}$ près, R n'est connue qu'à $\pm 10 \%$: toute valeur comprise entre $1,9 \times 10^5$ et $2,3 \times 10^5 \Omega$ est acceptable. En pratique, on choisirait la valeur normalisée la plus proche, 220 k Ω , qui donne $\tau = 10,3 \text{ s}$ et $\Delta t = 14,3 \text{ s}$. Pensez enfin à convertir les microfarads ($1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$) : l'oubli de cette conversion fait chuter le résultat d'un facteur 10^6 .



3. Cellules à éclairer

Q10 Nommer le phénomène physique responsable de l'alternance des zones sombres et lumineuses sur le fond de la boîte.

Les deux fentes F_1 et F_2 , très fines et éclairées par le même faisceau laser, diffractent la lumière et se comportent comme deux sources **synchrones et cohérentes**. Les deux ondes qui en sont issues se superposent sur le fond de la boîte :

- là où elles arrivent en phase, elles s'additionnent : *interférences constructives* → zone lumineuse ;
- là où elles arrivent en opposition de phase, elles s'annulent : *interférences destructives* → zone sombre.

Il s'agit du phénomène d'interférences lumineuses.

Q11 Définir une interfrange i .

L'interfrange i est la distance qui sépare les milieux de deux franges brillantes consécutives
(ou, ce qui revient au même, de deux franges sombres consécutives).

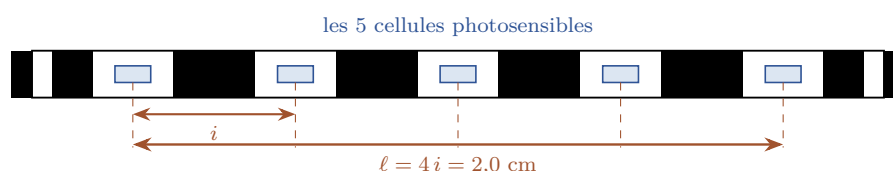
C'est donc la **période spatiale** de la figure d'interférences ; elle s'exprime en mètres.

Q12 Déterminer la valeur de l'écartement b des fentes à régler pour délivrer la clé.

Démarche suivie : (1) traduire la condition « les cinq cellules sont éclairées » en une relation entre ℓ et i ; (2) en déduire la valeur de l'interfrange ; (3) inverser la relation $i = \lambda D/b$ pour obtenir b .

Étape 1 — condition sur la figure d'interférences.

La clé n'est délivrée que si le centre de *chacune* des cinq cellules reçoit la lumière : il faut donc régler l'écartement des fentes pour que chaque cellule se trouve au milieu d'une frange brillante. Les cellules étant régulièrement espacées, deux cellules voisines sont alors distantes d'une interfrange.



La longueur ℓ sépare le centre de la **première** cellule de celui de la **cinquième** : elle contient donc $5 - 1 = 4$ intervalles, et non 5.

Étape 2 — valeur de l'interfrange.

$$\ell = 4i \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\ell}{4} = \frac{2,0 \times 10^{-2}}{4} = 5,0 \times 10^{-3} \text{ m} = 5,0 \text{ mm}$$



Étape 3 — écartement des fentes.

On inverse la relation fournie, avec $\lambda = 650 \text{ nm} = 650 \times 10^{-9} \text{ m}$ et $D = 30 \text{ cm} = 0,30 \text{ m}$:

$$i = \frac{\lambda \cdot D}{b} \quad \Rightarrow \quad b = \frac{\lambda \cdot D}{i} = \frac{650 \times 10^{-9} \times 0,30}{5,0 \times 10^{-3}}$$

$$b = 3,9 \times 10^{-5} \text{ m, soit } b \approx 39 \text{ }\mu\text{m}$$

Contrôle de vraisemblance : $b = 39 \text{ }\mu\text{m}$ est bien très supérieur à $\lambda = 0,65 \text{ }\mu\text{m}$ (condition nécessaire pour observer des franges d'interférences fines et nombreuses), tout en restant une valeur réaliste pour des fentes réglables.

Note du professeur

L'erreur la plus fréquente consiste à écrire $\ell = 5i$ (« il y a cinq cellules »). On compte toujours les *intervalles*, pas les objets : entre la 1^{re} et la 5^e cellule il y a quatre interfranges. Avec $\ell = 5i$ on trouverait $b = 49 \text{ }\mu\text{m}$, soit 25 % d'erreur. Ce réflexe vaut pour toute mesure de période, spatiale comme temporelle : on mesure sur N intervalles, puis on divise par N .

Exercice 2 — Datation (4 points)

Q1 Choisir, en justifiant, la paire de noyaux atomiques isotopes parmi ($^{86}_{37}\text{Rb}$; $^{86}_{38}\text{Sr}$) et ($^{86}_{38}\text{Sr}$; $^{87}_{38}\text{Sr}$).

Définition. Deux noyaux sont **isotopes** lorsqu'ils possèdent le *même* numéro atomique Z (même nombre de protons : c'est le même élément chimique) mais des nombres de masse A *différents* (nombres de neutrons différents).

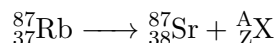
Examen des deux paires.

- ($^{86}_{37}\text{Rb}$; $^{86}_{38}\text{Sr}$) : $Z = 37$ pour l'un, $Z = 38$ pour l'autre. Les numéros atomiques diffèrent : ce ne sont **pas** des isotopes (ils ont en revanche le même nombre de masse $A = 86$: ce sont des *isobares*) ;
- ($^{86}_{38}\text{Sr}$; $^{87}_{38}\text{Sr}$) : même $Z = 38$ (ce sont deux noyaux de strontium) mais $A = 86 \neq A = 87$, soit $86 - 38 = 48$ neutrons pour le premier et $87 - 38 = 49$ neutrons pour le second.

La paire de noyaux isotopes est ($^{86}_{38}\text{Sr}$; $^{87}_{38}\text{Sr}$).

Q2 Écrire l'équation de la réaction de désintégration du rubidium 87 en strontium 87.

Le noyau père est $^{87}_{37}\text{Rb}$, le noyau fils $^{87}_{38}\text{Sr}$. On écrit l'équation avec une particule inconnue ^A_ZX et on applique les lois de conservation de Soddy :

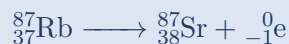


- conservation du nombre de masse : $87 = 87 + A \Rightarrow A = 0$;



— conservation du nombre de charge : $37 = 38 + Z \Rightarrow Z = -1$.

La particule ${}^0_{-1}\text{X}$ est un électron.



Q3 En déduire le nom de la particule émise et le type de radioactivité mis en jeu.

La particule émise, de nombre de masse nul et de nombre de charge -1 , est un **électron** ${}^0_{-1}\text{e}$.

Particule émise : un électron $\rightarrow$ radioactivité de type β^- .

Ce type de désintégration concerne les noyaux présentant un *excès de neutrons* : au sein du noyau, un neutron se transforme en proton (d'où Z qui augmente d'une unité tandis que A reste inchangé).

Note du professeur

Ne pas confondre *isotopes* (même Z , A différents — ils occupent la même case du tableau périodique) et *isobares* (même A , Z différents). Le sujet propose justement une paire de chaque : la confusion coûte la question. Repère utile : deux isotopes portent obligatoirement le **même symbole chimique**.

Q4 Donner une définition du temps de demi-vie $t_{1/2}$ d'un isotope radioactif.

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ d'un isotope radioactif est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon se sont désintégrés.

Autrement dit, quel que soit l'instant choisi comme origine : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$.

C'est une grandeur **caractéristique de l'isotope** considéré : elle ne dépend ni de la quantité de matière, ni de la température, ni de la forme chimique sous laquelle se trouve l'élément.

Q5 Montrer, à partir de la relation 1, que $t_{1/2}$ et λ sont liés par $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

On écrit la loi de décroissance radioactive à la date $t = t_{1/2}$, en utilisant la définition établie à la question Q4 :

$$N(t_{1/2}) = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \quad \text{et} \quad N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

En égalant les deux expressions et en simplifiant par N_0 (non nul) :

$$e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$



On applique le logarithme népérien aux deux membres, puis on utilise $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2$:

$$-\lambda t_{1/2} = -\ln 2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}}$$

Application numérique (utile pour la question Q6) :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{4,88 \times 10^{10}} = \frac{0,693}{4,88 \times 10^{10}} = 1,42 \times 10^{-11} \text{ an}^{-1}$$

Q6 Déterminer l'âge t_R de la roche prélevée sur la Lune en exploitant l'ensemble des données. Commenter.

Démarche suivie : (1) reconnaître que les deux relations fournies décrivent la *même* droite ; (2) identifier terme à terme leurs coefficients directeurs ; (3) isoler t_R ; (4) appliquer numériquement et commenter la valeur obtenue.

Étape 1 — deux écritures d'une même droite.

La relation théorique s'écrit, avec les notations y et x de la figure 1 :

$$\underbrace{\frac{N(^{87}\text{Sr})}{N(^{86}\text{Sr})}}_y = \underbrace{(e^{\lambda t_R} - 1)}_{\text{coefficient directeur}} \times \underbrace{\frac{N(^{87}\text{Rb})}{N(^{86}\text{Sr})}}_x + \underbrace{\frac{N_0(^{87}\text{Sr})}{N_0(^{86}\text{Sr})}}_{\text{ordonnée à l'origine}}$$

C'est une fonction **affine** de x : les huit échantillons sont donc alignés, ce que confirme la figure 1. L'équation de modélisation de cette droite est $y = 0,0650x + 0,6990$.

Étape 2 — identification des coefficients directeurs.

$$e^{\lambda t_R} - 1 = 0,0650 \quad \Rightarrow \quad e^{\lambda t_R} = 1,0650$$

On applique le logarithme népérien, puis on remplace λ par son expression (question Q5) :

$$\lambda t_R = \ln(1,0650) \quad \Rightarrow \quad \boxed{t_R = \frac{\ln(1,0650)}{\lambda} = \frac{t_{1/2} \times \ln(1,0650)}{\ln 2}}$$

Étape 3 — application numérique.

$$t_R = \frac{\ln(1,0650)}{1,42 \times 10^{-11}} = \frac{6,297 \times 10^{-2}}{1,42 \times 10^{-11}}$$

$$t_R = 4,43 \times 10^9 \text{ ans, soit environ 4,4 milliards d'années}$$

Étape 4 — commentaire.

- L'âge obtenu est très proche de l'âge estimé du système solaire ($\approx 4,57 \times 10^9$ ans) : la roche rapportée par Apollo 17 s'est donc formée peu de temps après la naissance de la Lune. Ce résultat est cohérent avec l'idée d'une croûte lunaire très ancienne, restée peu remaniée depuis ;



- t_R est environ **onze fois plus petit** que la demi-vie du rubidium 87 ($4,88 \times 10^{10}$ ans) : seulement 6 % environ des noyaux ^{87}Rb se sont désintégrés depuis la formation de la roche. C'est ce qui explique le très faible coefficient directeur de la droite (0,0650) — et c'est aussi ce qui rend la méthode rubidium–strontium adaptée aux très *grandes* durées ;
- l'ordonnée à l'origine, 0,6990, représente le rapport isotopique $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ *initial*, identique pour tous les minéraux au moment de leur cristallisation : c'est précisément cette valeur commune qui rend les huit points alignés.

Note du professeur

Le cœur de la question est de comprendre que 0,0650 n'est pas l'âge, mais le coefficient directeur $e^{\lambda t_R} - 1$: il ne faut surtout pas oublier le « -1 ». Piège d'unité, enfin : $t_{1/2}$ est donné en *années*, donc λ s'exprime en an^{-1} et t_R sort directement en années — aucune conversion en secondes n'est nécessaire (elle serait même une source d'erreur inutile).

Exercice 3 — Phytoremédiation (5 points)

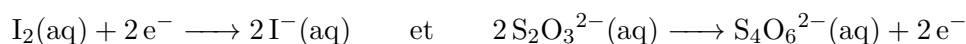
Q1 Définir l'équivalence d'un titrage.

L'équivalence d'un titrage est l'instant où le réactif titrant et le réactif titré ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction support du titrage.

Concrètement : avant l'équivalence, le réactif titrant (versé) est *limitant* — il est intégralement consommé dès son introduction ; après l'équivalence, il devient l'espèce en excès et s'accumule dans le milieu. À l'équivalence exactement, les deux réactifs sont totalement consommés : c'est ici la disparition de la couleur brune du diiode qui permet de repérer cet instant.

Q2 Déterminer, en justifiant, l'oxydant et le réducteur intervenant lors du titrage du diiode I_2 par les ions thiosulfate $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$.

On décompose l'équation du titrage en deux demi-équations électroniques :



- le diiode **capte** des électrons : il est *réduit*, c'est donc l'**oxydant** du couple I_2/I^- ;
- les ions thiosulfate **cèdent** des électrons : ils sont *oxydés*, ce sont donc les **réducteurs** du couple $\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$.

Oxydant : le diiode I_2 • Réducteur : l'ion thiosulfate $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$

Vérification : en additionnant les deux demi-équations, les électrons se simplifient et l'on retrouve bien l'équation de l'énoncé $\text{I}_2(\text{aq}) + 2\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq}) \longrightarrow 2\text{I}^-(\text{aq}) + \text{S}_4\text{O}_6^{2-}(\text{aq})$. ✓



Q3 Donner, à l'équivalence, la relation entre $n_1(\text{I}_2)$ et $n_E(\text{S}_2\text{O}_3^{2-})$.

À l'équivalence, les deux réactifs sont introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation $\text{I}_2 + 2\text{S}_2\text{O}_3^{2-} \longrightarrow 2\text{I}^- + \text{S}_4\text{O}_6^{2-}$, dont les nombres stœchiométriques valent respectivement 1 et 2 :

$$\frac{n_1(\text{I}_2)}{1} = \frac{n_E(\text{S}_2\text{O}_3^{2-})}{2}$$

$$n_E(\text{S}_2\text{O}_3^{2-}) = 2n_1(\text{I}_2) \quad \text{c'est-à-dire} \quad n_1(\text{I}_2) = \frac{n_E(\text{S}_2\text{O}_3^{2-})}{2} = \frac{c_2 \cdot V_E}{2}$$

Q4 Écrire la relation entre la quantité de matière de diiode formée $n_1(\text{I}_2)$ et celle des ions cuivre $n_0(\text{Cu}^{2+})$ présents dans le volume V_1 .

On dresse le tableau d'avancement de la réaction de précipitation, en tenant compte du fait que les ions iodure sont introduits **en excès** : le réactif limitant est donc l'ion Cu^{2+} .

$2\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 4\text{I}^-(\text{aq}) \longrightarrow 2\text{CuI}(\text{s}) + \text{I}_2(\text{aq})$					
État du système	Avancement	$n(\text{Cu}^{2+})$	$n(\text{I}^-)$	$n(\text{CuI})$	$n(\text{I}_2)$
Initial	0	$n_0(\text{Cu}^{2+})$	excès	0	0
En cours	x	$n_0(\text{Cu}^{2+}) - 2x$	excès	$2x$	x
Final	$x_{\max}$	$n_0(\text{Cu}^{2+}) - 2x_{\max}$	excès	$2x_{\max}$	$x_{\max}$

La transformation est totale et Cu^{2+} est le réactif limitant : il est entièrement consommé à l'état final.

$$n_0(\text{Cu}^{2+}) - 2x_{\max} = 0 \quad \Longrightarrow \quad x_{\max} = \frac{n_0(\text{Cu}^{2+})}{2}$$

Or la quantité de diiode formée est précisément $n_1(\text{I}_2) = x_{\max}$:

$$n_1(\text{I}_2) = \frac{n_0(\text{Cu}^{2+})}{2} \quad \text{c'est-à-dire} \quad n_0(\text{Cu}^{2+}) = 2n_1(\text{I}_2)$$

Q5 En déduire que la quantité de matière d'ions cuivre contenue dans le volume V_1 est $n_0(\text{Cu}^{2+}) = 3,0 \times 10^{-4} \text{ mol}$.

On combine les relations des questions Q3 et Q4 :

$$n_0(\text{Cu}^{2+}) = 2n_1(\text{I}_2) = 2 \times \frac{n_E(\text{S}_2\text{O}_3^{2-})}{2} = n_E(\text{S}_2\text{O}_3^{2-}) = c_2 \times V_E$$

Les deux facteurs 2 se compensent : la quantité d'ions cuivre est *égale* à la quantité d'ions thiosulfate versés à l'équivalence.

$$n_0(\text{Cu}^{2+}) = 2,0 \times 10^{-2} \times 15,0 \times 10^{-3}$$



$$n_0(\text{Cu}^{2+}) = 3,0 \times 10^{-4} \text{ mol} : \text{la valeur annoncée est bien vérifiée.}$$

Note du professeur

Ce titrage est **indirect** : on ne titre pas les ions cuivre, mais le diiode qu'ils ont libéré. Il faut donc enchaîner *deux* relations stœchiométriques, l'une par réaction. Le hasard fait ici que les deux facteurs 2 se simplifient — n'en concluez pas qu'ils sont inutiles : si l'équation de titrage n'avait pas fait intervenir 2 ions thiosulfate pour 1 diiode, le résultat serait différent. Rédigez toujours les deux étapes.

Q6 Calculer la valeur de la masse $m(\text{Cu}^{2+})$ de cuivre présent dans 1 kg de terre viticole analysée.

Étape 1 — du prélèvement à la solution entière.

Le kilogramme de terre a libéré tout son cuivre dans $V_{S_0} = 1 \text{ L}$ de solution S_0 , dont on n'a prélevé que $V_1 = 50,0 \text{ mL}$. La solution étant homogène, la quantité totale d'ions cuivre s'obtient en multipliant par le rapport des volumes :

$$n_{\text{tot}}(\text{Cu}^{2+}) = n_0(\text{Cu}^{2+}) \times \frac{V_{S_0}}{V_1} = 3,0 \times 10^{-4} \times \frac{1000}{50,0} = 3,0 \times 10^{-4} \times 20,0 = 6,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Étape 2 — passage à la masse.

$$m(\text{Cu}^{2+}) = n_{\text{tot}}(\text{Cu}^{2+}) \times M(\text{Cu}) = 6,0 \times 10^{-3} \times 63,5 = 0,381 \text{ g}$$

$$m(\text{Cu}^{2+}) = 3,8 \times 10^2 \text{ mg de cuivre par kilogramme de terre}$$

Cette teneur est nettement supérieure à la limite autorisée en agriculture biologique ($m_t = 150 \text{ mg}$ par kg de terre) : le sol doit effectivement être dépollué.

Q7 Déterminer la valeur du nombre minimum $N_{\min}$ de cycles de culture à réaliser pour atteindre la teneur limite en cuivre pour l'agriculture biologique.

Démarche suivie : (1) exprimer la teneur en cuivre restante après N cycles ; (2) écrire la condition à satisfaire ; (3) résoudre l'inéquation ; (4) conclure sur l'entier $N_{\min}$ et vérifier.

Étape 1 — teneur restante après N cycles.

Chaque cycle de culture extrait $m_e = 90 \text{ mg}$ de cuivre par kilogramme de terre. Après N cycles, la masse de cuivre restant dans 1 kg de terre vaut donc, en repartant de la valeur non arrondie de la question Q6 (381 mg par kg) :

$$m(N) = m(\text{Cu}^{2+}) - N \times m_e = 381 - 90 N \quad (\text{en mg par kg})$$

Étape 2 — condition à satisfaire.

La teneur doit devenir inférieure ou égale à la teneur limite $m_t = 150 \text{ mg}$ par kg :

$$381 - 90 N \leq 150$$

Étape 3 — résolution.

$$90 N \geq 381 - 150 = 231 \quad \Rightarrow \quad N \geq \frac{231}{90} = 2,6$$

Étape 4 — conclusion.

Un nombre de cycles est nécessairement un **entier**, et l'inégalité impose $N \geq 2,6$: il faut donc arrondir à l'entier *supérieur*.

$$N_{\min} = 3 \text{ cycles de culture}$$

Vérification.

- après 2 cycles : $381 - 2 \times 90 = 201$ mg par kg > 150 : insuffisant ;
- après 3 cycles : $381 - 3 \times 90 = 111$ mg par kg ≤ 150 : conforme. ✓

Le viticulteur devra donc consacrer **trois cycles de culture** de plantes phytoextractrices avant de pouvoir cultiver sa vigne selon les principes de l'agriculture biologique.

Note du professeur

Deux réflexes. **(1)** Un nombre de cycles s'arrondit *toujours* vers le haut : écrire « $N = 2,6 \approx 3$ » est juste par chance, mais « $N \approx 2$ » (arrondi « au plus proche » d'un 2,4 obtenu avec des données légèrement différentes) serait une faute de raisonnement. On justifie donc par l'inégalité, puis on vérifie les deux entiers encadrants. **(2)** Le modèle suppose que chaque cycle extrait la même masse de cuivre, indépendamment de la teneur restante : c'est une hypothèse simplificatrice, l'extraction devenant en réalité moins efficace à mesure que le sol s'appauvrit. Le nombre trouvé est donc un *minimum*.

Récapitulatif des résultats numériques

Exercice 1. $a_x = 0$, $a_z = -g = -9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ (chute libre) • trajectoire parabolique • $H = 0,834 \text{ m}$ → $H_T = 0,534 \text{ m} \approx 53 \text{ cm}$ (réglable : 40–80 cm) • $\tau = RC$ • $A = U_0 = 5,0 \text{ V}$ • courbe R_1 ($\Delta t \approx 14 \text{ s}$; 6,5 s pour R_2 , 23 s pour R_3) • $\tau \approx 10 \text{ s}$ → $R = 2,1 \times 10^5 \Omega \approx 210 \text{ k}\Omega$ • interférences • $\ell = 4i \rightarrow i = 5,0 \text{ mm} \rightarrow b = 3,9 \times 10^{-5} \text{ m} = 39 \mu\text{m}$.

Exercice 2. Isotopes : ($^{86}_{38}\text{Sr}$; $^{87}_{38}\text{Sr}$) • $^{87}_{37}\text{Rb} \rightarrow ^{87}_{38}\text{Sr} + ^0_{-1}\text{e}$: radioactivité β^- • $\lambda = \ln 2/t_{1/2} = 1,42 \times 10^{-11} \text{ an}^{-1}$ • $e^{\lambda t_R} - 1 = 0,0650 \rightarrow t_R = 4,43 \times 10^9 \text{ ans}$ ($\approx 4,4$ milliards d'années, cohérent avec l'âge du système solaire).

Exercice 3. Oxydant I_2 , réducteur $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$ • $n_{\text{E}}(\text{S}_2\text{O}_3^{2-}) = 2n_1(\text{I}_2)$ et $n_0(\text{Cu}^{2+}) = 2n_1(\text{I}_2)$ • $n_0(\text{Cu}^{2+}) = c_2 V_{\text{E}} = 3,0 \times 10^{-4} \text{ mol}$ • $n_{\text{tot}} = 6,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \rightarrow m(\text{Cu}^{2+}) = 3,8 \times 10^2 \text{ mg}$ par kg de terre • $N \geq 231/90 = 2,6 \rightarrow N_{\min} = 3$ cycles (teneur finale 111 mg par kg).

