

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL — SESSION 2026
Physique-Chimie — Enseignement de spécialité
ANTILLES-GUYANE — JOUR 1 (SUJET 26-PYCJ1AG1)

CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Rédaction conforme à une copie notée 20/20

Comment utiliser ce corrigé. Le texte contenu dans les **cadres bleus** correspond à ce qu'il faut *effectivement écrire sur la copie* : phrase d'introduction, formule littérale, application numérique, résultat avec unité et bon nombre de chiffres significatifs, puis conclusion. Les encadrés orange « Note du professeur » ne font pas partie de la copie : ce sont des conseils de méthode et des pièges à éviter.

Répartition des points : Exercice 1 — 9 points • Exercice 2 — 5 points • Exercice 3 — 6 points.
Durée : 3 h 30.

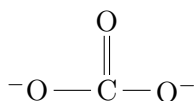
Corrigé non officiel, proposé par Génies des Sciences. Il ne s'agit pas du barème du jury.

Exercice 1 — Les 200 ans de la pastille de Vichy (9 points)

1. Composition en ions hydrogénocarbonate de la pastille de Vichy

Q1 Représenter la formule semi-développée de la base conjuguée de l'ion hydrogénocarbonate.

L'ion hydrogénocarbonate HCO_3^- appartient au couple $\text{HCO}_3^-(aq) / \text{CO}_3^{2-}(aq)$: sa base conjuguée s'obtient en lui **retirant un proton H^+** , ici celui du groupe $-\text{OH}$.



La base conjuguée est l'ion carbonate CO_3^{2-} .

Les deux atomes d'oxygène simplement liés portent chacun une charge négative : l'ion porte au total la charge -2 .

Q2 Justifier le caractère amphotère de l'ion hydrogénocarbonate HCO_3^- .

Une espèce est dite **amphotère** lorsqu'elle peut se comporter *à la fois* comme un acide (céder un proton H^+) et comme une base (capter un proton H^+).

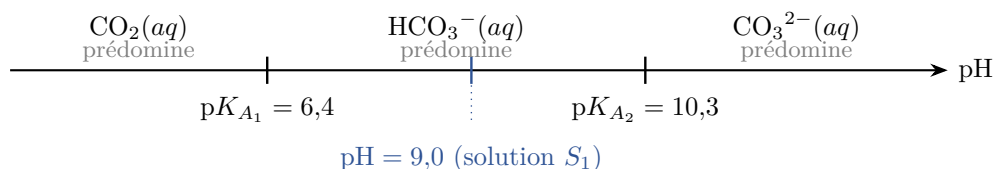
Or l'ion hydrogénocarbonate appartient aux **deux** couples acide-base donnés dans l'énoncé :

- dans le couple $\text{CO}_2(aq) / \text{HCO}_3^-(aq)$, il est la **base** : il peut capter un proton.
 $\text{HCO}_3^-(aq) + \text{H}^+ \longrightarrow \text{CO}_2(aq) + \text{H}_2\text{O}(\ell)$
- dans le couple $\text{HCO}_3^-(aq) / \text{CO}_3^{2-}(aq)$, il est l'**acide** : il peut céder un proton.
 $\text{HCO}_3^-(aq) \longrightarrow \text{CO}_3^{2-}(aq) + \text{H}^+$



Appartenant à un couple en tant qu'acide et à un autre en tant que base, l'ion HCO_3^- est bien amphotère.

Q3 Tracer le diagramme de prédominance des deux couples acide-base auxquels appartient l'ion hydrogénocarbonate.



La forme *acide* d'un couple prédomine pour $\text{pH} < \text{p}K_A$, la forme *basique* pour $\text{pH} > \text{p}K_A$. L'ion hydrogénocarbonate, amphotère, prédomine donc dans le domaine intermédiaire compris entre les deux $\text{p}K_A$.

Q4 En déduire que l'ion hydrogénocarbonate est la forme majoritaire contenue dans la solution S_1 .

Le pH de la solution S_1 vaut 9,0. Situons-le par rapport aux deux $\text{p}K_A$:

$$\text{p}K_{A_1} = 6,4 < \text{pH} = 9,0 < \text{p}K_{A_2} = 10,3$$

Le pH de S_1 appartient donc au domaine intermédiaire du diagramme de la question Q3.

L'ion hydrogénocarbonate HCO_3^- est bien l'espèce majoritaire dans la solution S_1 .

Q5 Calculer la valeur de la masse m_f d'ions hydrogénocarbonate contenus dans une pastille de Vichy.

L'énoncé indique qu'une pastille contient 0,22 % *en masse* d'ions hydrogénocarbonate. Cette proportion s'applique à la masse totale de la pastille, $m_{\text{pastille}} = 2,64 \text{ g}$:

$$m_f = \frac{0,22}{100} \times m_{\text{pastille}} = 0,0022 \times 2,64$$

$$m_f = 5,8 \times 10^{-3} \text{ g}$$

Note du professeur

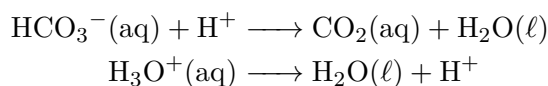
Ne pas se tromper de pourcentage : les 0,30 % concernent l'ensemble des *sels minéraux*, dont les ions hydrogénocarbonate ne représentent que 0,22 %. C'est bien cette seconde valeur qu'il



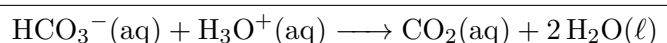
faut utiliser.

Q6 Écrire l'équation de la réaction support du titrage.

La solution titrante est de l'acide chlorhydrique : elle apporte des ions oxonium H_3O^+ , du couple $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}) / \text{H}_2\text{O}(\ell)$. L'espèce titrée est l'ion hydrogénocarbonate, qui joue ici le rôle de **base**, dans le couple $\text{CO}_2(\text{aq}) / \text{HCO}_3^-(\text{aq})$.



En additionnant ces deux demi-équations, le proton se simplifie :

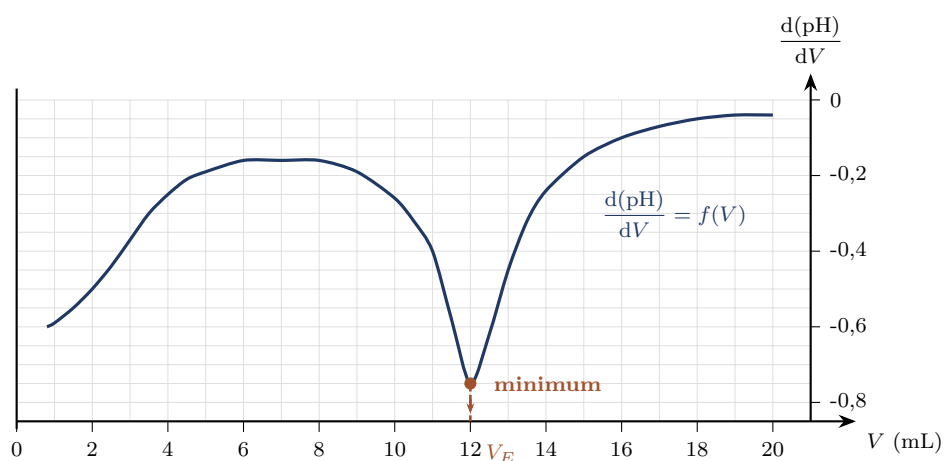


Vérification : C : $1 = 1$; O : $3 + 1 = 2 + 2$; H : $1 + 3 = 4$; charge : $-1 + 1 = 0$. ✓

Q7 Déterminer, en réalisant une construction sur l'annexe 1, la valeur du volume V_E .

Méthode employée : méthode de la courbe dérivée. Le volume équivalent correspond au saut de pH, c'est-à-dire au point d'inflexion de la courbe $\text{pH} = f(V)$. Ce point se repère par l'**extremum de la courbe dérivée** $\frac{d(\text{pH})}{dV}$.

Ici on titre une base par un acide : le pH *diminue*, la dérivée est donc **négative** et l'on cherche son **minimum** (le point le plus bas de la courbe continue, lu sur l'axe de droite).



(La courbe dérivée se lit sur l'**axe de droite** de l'annexe, gradué de 0 à $-0,8$: elle présente donc un creux, et non un pic.)

En projetant le point le plus bas de la courbe dérivée sur l'axe des abscisses, on lit :

$V_E = 12,0 \text{ mL}$ (valeur comprise dans l'intervalle $10,0 - 15,0 \text{ mL}$ annoncé)



Q8 Calculer la valeur de la quantité de matière n_1 d'ions hydrogénocarbonate titrés dans le volume V_1 .

D'après l'équation de la question Q6, les nombres stœchiométriques de HCO_3^- et de H_3O^+ valent tous deux 1. À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques :

$$n_1 = n(\text{H}_3\text{O}^+)_{\text{versé}} = c_A \times V_E = 0,50 \times 10^{-2} \times 12,0 \times 10^{-3}$$

$$n_1 = 6,0 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

Q9 Montrer que la masse m_{exp} d'ions hydrogénocarbonate contenus dans une pastille de Vichy vaut $7,3 \times 10^{-3} \text{ g}$.

Quantité d'ions hydrogénocarbonate dans toute la pastille.

Une pastille entière a été dissoute dans $V_0 = 100 \text{ mL}$ de solution S_1 , mais le titrage n'a porté que sur un prélèvement de $V_1 = 50,0 \text{ mL}$. La quantité n_1 ne correspond donc qu'à une *fraction* de la pastille :

$$n_{\text{pastille}} = n_1 \times \frac{V_0}{V_1} = 6,0 \times 10^{-5} \times \frac{100}{50,0} = 1,2 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

Masse correspondante.

$$m_{\text{exp}} = n_{\text{pastille}} \times M(\text{HCO}_3^-) = 1,2 \times 10^{-4} \times 61,0$$

$$m_{\text{exp}} = 7,3 \times 10^{-3} \text{ g} : \text{la valeur annoncée est bien vérifiée.}$$

Note du professeur

Le facteur $\frac{V_0}{V_1} = 2$ est le piège de la question : on ne titre que la *moitié* de la solution, donc la moitié de la pastille. L'oublier conduit à une masse deux fois trop faible — et à une conclusion fautive à la question Q10.

Q10 Vérifier si la masse m_{exp} obtenue expérimentalement est compatible avec la valeur de référence m_f .

Étape 1 — incertitude-type sur m_{exp} .

Calculons d'abord les deux incertitudes relatives :

$$\frac{u(c_A)}{c_A} = \frac{0,01 \times 10^{-2}}{0,50 \times 10^{-2}} = 0,020 \quad \text{et} \quad \frac{u(V_E)}{V_E} = \frac{0,2}{12,0} = 0,017$$

$$u(m_{\text{exp}}) = m_{\text{exp}} \times \sqrt{\left(\frac{u(c_A)}{c_A}\right)^2 + \left(\frac{u(V_E)}{V_E}\right)^2} = 7,3 \times 10^{-3} \times \sqrt{(0,020)^2 + (0,017)^2}$$

$$u(m_{\text{exp}}) = 7,3 \times 10^{-3} \times 0,026 = 1,9 \times 10^{-4} \text{ g}$$



Étape 2 — calcul du quotient z .

$$z = \frac{|m_{\text{exp}} - m_f|}{u(m_{\text{exp}})} = \frac{|7,3 \times 10^{-3} - 5,8 \times 10^{-3}|}{1,9 \times 10^{-4}} = \frac{1,5 \times 10^{-3}}{1,9 \times 10^{-4}}$$

$$z \approx 7,9 > 2$$

Étape 3 — conclusion.

Le quotient est nettement supérieur à 2 : l'écart entre la valeur mesurée et la valeur de référence ne peut pas s'expliquer par les seules incertitudes de mesure.

La masse m_{exp} obtenue expérimentalement n'est pas compatible avec la valeur de référence m_f calculée à partir des données du fabricant.

Q11 Proposer une interprétation au résultat obtenu à la question précédente, en considérant la composition des agents d'enrobage.

La masse mesurée est **supérieure** à la masse de référence ($7,3 \times 10^{-3}$ g contre $5,8 \times 10^{-3}$ g) : tout se passe comme si l'on avait versé *trop* d'acide, donc comme si la pastille contenait plus d'espèces basiques que les seuls ions hydrogénocarbonate.

Or les agents d'enrobage de la pastille sont en partie constitués d'**ions carboxylate** $\text{R}-\text{COO}^-$ (figure 3). Ces ions sont les bases conjuguées des acides carboxyliques $\text{R}-\text{COOH}$: ce sont donc eux aussi des **espèces basiques**, qui réagissent avec l'acide chlorhydrique versé.

L'hypothèse de l'énoncé — « les seuls ions titrés sont les ions hydrogénocarbonate » — est donc mise en défaut : les ions carboxylate sont titrés en même temps.

Le volume équivalent mesuré est ainsi plus grand qu'il ne devrait, ce qui surestime la quantité d'ions hydrogénocarbonate et explique l'écart constaté à la question Q10.

Q12 Choisir, en justifiant, un indicateur coloré adapté au titrage de l'eau de Vichy. Préciser le changement de couleur observé.

Un indicateur coloré est adapté lorsque sa **zone de virage** contient le pH à l'équivalence, ici $\text{pH}_E = 4,3$. Examinons les quatre propositions :

Indicateur	Zone de virage	Contient $\text{pH}_E = 4,3$?
Vert de bromocrésol	3,8 – 5,4	oui ✓
Bleu de bromothymol	6,0 – 7,6	non
Rouge de méthyle	4,8 – 6,0	non
Phénolphtaléine	8,2 – 10,0	non

L'indicateur adapté est le vert de bromocrésol.



Changement de couleur observé. On titre une solution *basique* (l'eau de Vichy, riche en ions hydrogénocarbonate) par un *acide* : le pH **diminue** au cours du titrage. On passe donc de la forme basique de l'indicateur à sa forme acide :

À l'équivalence, la solution passe du bleu au jaune.

Note du professeur

Attention au sens du virage : il dépend du sens de variation du pH. Ici on verse un acide dans une base, le pH diminue, donc on va de la couleur *basique* vers la couleur *acide*. Répondre « du jaune au bleu » serait une erreur, même avec le bon indicateur.

Q13 Calculer la valeur du volume V_{Vichy} d'eau minérale qu'il faut boire pour ingérer la même quantité d'ions hydrogénocarbonate que celle contenue dans une pastille. L'exprimer en mL et commenter.

La concentration en masse d'ions hydrogénocarbonate de l'eau minérale vaut :

$$c_{\text{me}} = 4,37 \times 10^3 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1} = 4,37 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

On cherche le volume contenant la même masse d'ions hydrogénocarbonate qu'une pastille, soit $m_f = 5,8 \times 10^{-3} \text{ g}$ (valeur de référence issue des données du fabricant) :

$$V_{\text{Vichy}} = \frac{m_f}{c_{\text{me}}} = \frac{5,8 \times 10^{-3}}{4,37} = 1,3 \times 10^{-3} \text{ L}$$

$$V_{\text{Vichy}} = 1,3 \text{ mL}$$

Commentaire. Il suffit de boire environ 1,3 mL d'eau de Vichy — soit à peine une demi-cuillère à café — pour ingérer autant d'ions hydrogénocarbonate qu'une pastille entière.

L'apport en ions hydrogénocarbonate d'une pastille est donc **extrêmement faible**. L'argument commercial du fabricant, qui vante les propriétés digestives de la pastille « en raison de la présence d'ions hydrogénocarbonate », doit être fortement relativisé : un verre d'eau de Vichy (200 mL) en apporte environ 150 fois plus.

Note du professeur

On peut aussi mener le calcul avec la valeur expérimentale $m_{\text{exp}} = 7,3 \times 10^{-3} \text{ g}$, ce qui donne $V_{\text{Vichy}} = 1,7 \text{ mL}$. La conclusion est rigoureusement la même. La valeur de référence m_f reste toutefois préférable, puisque la question Q11 a montré que m_{exp} est surestimée par la présence des ions carboxylate.

2. Arôme contenu dans la pastille de Vichy



Q14 À partir de la figure 5, identifier le schéma du montage utilisé pour réaliser l'hydrodistillation.

Une hydrodistillation consiste à *vaporiser* le mélange, puis à *condenser* les vapeurs et à **recueillir** le distillat dans un récipient séparé.

- Le **montage A** présente un réfrigérant *vertical*, placé directement au-dessus du ballon : les vapeurs condensées y retombent dans le ballon. C'est un **montage à reflux** — rien n'est recueilli, il ne convient pas.
- Le **montage B** présente un réfrigérant *incliné* conduisant les vapeurs condensées vers un erlenmeyer placé à l'écart : le distillat y est bien recueilli.

C'est le montage B qui a été utilisé pour l'hydrodistillation.

Q15 À partir de la figure 6, justifier le choix du dichlorométhane comme solvant d'extraction.

Un bon solvant d'extraction doit satisfaire deux conditions :

- (1) **dissoudre bien l'espèce à extraire**, et bien mieux que le solvant de départ. D'après la figure 6, la phase huileuse odorante est *très fortement* soluble dans le dichlorométhane, alors qu'elle n'est que *faiblement* soluble dans l'eau et *très faiblement* soluble dans l'eau salée : elle passera donc massivement dans le dichlorométhane ;
- (2) **ne pas être miscible à l'eau**, pour que deux phases se forment et que la séparation par décantation soit possible. Le dichlorométhane est *quasi insoluble* dans l'eau comme dans l'eau salée : cette condition est remplie.

Le dichlorométhane est donc un solvant d'extraction adapté.

Rôle de l'étape 1 : l'ajout d'une solution aqueuse saturée en chlorure de sodium diminue encore la solubilité de la phase huileuse dans la phase aqueuse (« très faible » au lieu de « faible ») : c'est le **relargage**, qui améliore le rendement de l'extraction.

Précaution : le dichlorométhane porte le pictogramme « danger pour la santé ». Il doit être manipulé sous hotte aspirante et avec des gants — d'où le « introduire *avec précaution* » de l'étape 3.

Q16 En déduire la nature probable de l'arôme contenu dans une pastille de Vichy.

Principe. Sur un chromatogramme, deux espèces déposées côte à côte et éluées dans les mêmes conditions migrent à la même hauteur (même rapport frontal) lorsqu'elles sont identiques.

Lecture de la figure 7. Le dépôt 1 (phase organique extraite de la pastille) présente **deux taches**. Le dépôt 2 (huile essentielle de menthe verte) présente lui aussi deux taches, et celles-ci se situent **aux mêmes hauteurs** que celles du dépôt 1.

Les espèces chimiques extraites de la pastille sont donc les mêmes que celles de l'huile essentielle de menthe verte : l'arôme de la pastille de Vichy est très probablement un arôme de menthe (menthe verte).



Ce résultat est cohérent avec la composition de la boisson de la figure 8, qui mentionne explicitement des « extraits naturels de menthe ».

3. Composition en sucre d'une boisson à base de pastilles de Vichy

Q17 Déterminer le nombre de groupes hydroxyle apparaissant sur la représentation de la molécule de saccharose de la figure 9.

On dénombre sur la figure 9 tous les groupes $-OH$ (notés indifféremment « OH » ou « HO » selon leur orientation) :

- sur le cycle à six atomes (partie glucose) : 4 groupes hydroxyle ;
- sur le cycle à cinq atomes et sa chaîne latérale (partie fructose) : 4 groupes hydroxyle.

La molécule de saccharose représentée porte 8 groupes hydroxyle.

Ces huit groupes $-OH$ peuvent chacun établir des ponts hydrogène avec les molécules d'eau, ce qui explique la très grande solubilité du saccharose dans l'eau, comme l'indique l'énoncé.

Q18 Vérifier l'information donnée par le fabricant.

Démarche suivie : (1) calculer la masse volumique de l'échantillon de boisson dégazée ; (2) reporter cette valeur sur la courbe d'étalonnage pour lire la concentration en masse de saccharose ; (3) ramener le résultat à 100 mL et le comparer aux 9,5 g annoncés.

Étape 1 — masse volumique de la boisson.

$$\rho_{\text{boisson}} = \frac{m_{\text{boisson}}}{V_{\text{boisson}}} = \frac{276,8}{268,0} = 1,033 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$$

Étape 2 — lecture de la courbe d'étalonnage.

On repère l'ordonnée $\rho = 1,033 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ sur la droite d'étalonnage de la figure 10, puis on projette sur l'axe des abscisses :

$$c \approx 96 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1} \quad (\text{lecture à } \pm 3 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1} \text{ près})$$

Étape 3 — comparaison à l'indication du fabricant.

Ramenons cette concentration à un volume de 100 mL de boisson :

$$m_{\text{sucré}} = c \times V = 96 \times 100 \times 10^{-3} = 9,6 \text{ g}$$

$$\text{écart relatif} = \frac{|9,6 - 9,5|}{9,5} \approx 1 \%$$

On trouve 9,6 g de sucre pour 100 mL, contre 9,5 g annoncés : l'information du fabricant est vérifiée.

L'écart de 1 % est très inférieur à la précision de la lecture graphique : les deux valeurs sont cohérentes.

Remarque : il était indispensable de **dégazer** la boisson avant la mesure. Les bulles de dioxyde de carbone dissous fausseraient le volume mesuré et donc la masse volumique.



Note du professeur

Question à prise d'initiative : la démarche doit être annoncée et structurée. Attention à la cohérence des unités — la courbe donne ρ en $\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$ mais c en $\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$. Toute lecture comprise entre 93 et 99 $\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$ (soit 9,3 à 9,9 g pour 100 mL) est acceptée et conduit à la même conclusion.

Exercice 2 — Le césium 137 et l'essai Trinity (5 points)**1. Étude de la désintégration des noyaux de césium 137**

Q1 Donner la composition d'un noyau de césium 137.

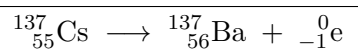
Le noyau de césium 137 s'écrit $^{137}_{55}\text{Cs}$, où $Z = 55$ est le numéro atomique et $A = 137$ le nombre de masse.

$$\text{nombre de protons} = Z = 55 \quad \text{et} \quad \text{nombre de neutrons} = A - Z = 137 - 55 = 82$$

Le noyau de césium 137 est constitué de 55 protons et de 82 neutrons, soit 137 nucléons au total.

Q2 Écrire l'équation de désintégration de type β du césium 137.

Le césium 137 se désintègre en baryum 137 : $^{137}_{55}\text{Cs} \rightarrow ^{137}_{56}\text{Ba} + \dots$. Le numéro atomique *augmente* d'une unité : il s'agit donc d'une désintégration β^- , avec émission d'un électron.



Vérification des lois de conservation (lois de Soddy) :

- nombre de masse : $137 = 137 + 0$ ✓
- nombre de charge : $55 = 56 + (-1)$ ✓

Q3 Établir que l'évolution du nombre N de noyaux de césium 137 est régie par l'équation différentielle $\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$.

L'énoncé fournit deux expressions de l'activité $A(t)$ de l'échantillon :

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} \quad (\text{définition, pour un grand nombre de noyaux})$$

$$A(t) = \lambda \cdot N(t) \quad (\text{l'activité est proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs})$$

En égalant ces deux expressions :

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N(t) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N}$$



Q4 Vérifier que $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ est solution de l'équation différentielle précédente.

1. Dérivation.

$$\frac{dN}{dt}(t) = N_0 \times (-\lambda) e^{-\lambda t} = -\lambda \times \underbrace{N_0 e^{-\lambda t}}_{= N(t)} = -\lambda N(t)$$

L'équation différentielle est donc vérifiée à chaque instant.

2. Condition initiale. À $t = 0$: $N(0) = N_0 e^0 = N_0$, ce qui correspond bien au nombre de noyaux initial. ✓

La fonction $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ est bien solution de l'équation différentielle.

Q5 Montrer que le temps de demi-vie est lié à la constante radioactive par la relation $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$.

Par définition, le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents s'est désintégrée :

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

En reportant dans la solution de la question Q4 :

$$N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2} \quad \Rightarrow \quad e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

On applique la fonction logarithme népérien aux deux membres :

$$-\lambda t_{1/2} = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}}$$

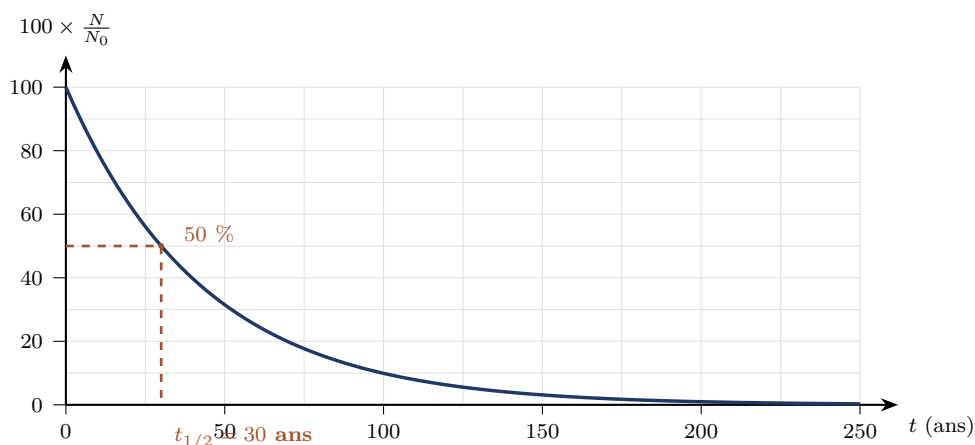
Q6 Exploiter la courbe de l'annexe 2 pour estimer la valeur de la constante radioactive du césium 137, exprimée en an^{-1} . La construction graphique devra apparaître sur l'annexe 2.

Méthode. La courbe donne $100 \times \frac{N}{N_0}$ en fonction du temps. On détermine d'abord graphiquement le temps de demi-vie, puis on en déduit λ grâce à la relation de la question Q5.

Construction graphique.

Le temps de demi-vie correspond à l'instant où la moitié des noyaux subsiste, c'est-à-dire où le pourcentage vaut **50 %**. On trace donc la droite horizontale d'ordonnée 50, on repère son intersection avec la courbe, puis on projette sur l'axe des abscisses :





$$t_{1/2} \approx 30 \text{ ans}$$

Constante radioactive.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{30}$$

$$\lambda = 2,3 \times 10^{-2} \text{ an}^{-1}$$

Cette valeur est en accord avec celle fournie dans la partie 2 de l'énoncé ($\lambda = 0,0231 \text{ an}^{-1}$), ce qui valide la lecture graphique.

Q7 Recopier sur la copie la ligne 9 du programme et la compléter.

D'après la question Q4, $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, donc :

$$100 \times \frac{N}{N_0} = 100 \times e^{-\lambda t}$$

La liste `t` contient les dates *en années* (ligne 5) et λ doit donc être exprimée en an^{-1} :

```
9 pourcentage = 100*np.exp(-0.0231*t)
```

Le signe « moins » est indispensable : sans lui, le programme tracerait une exponentielle croissante.

2. Activité de la trinitite



Q8 Montrer que l'activité $A(t)$ d'un échantillon de trinitite est donnée par la relation $A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$, où $A_0 = \lambda \cdot N_0$.

L'activité est à chaque instant proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs : $A(t) = \lambda N(t)$. En y reportant l'expression de $N(t)$ établie à la question Q4 :

$$A(t) = \lambda \times N_0 e^{-\lambda t} = \underbrace{(\lambda N_0)}_{\text{constante}} e^{-\lambda t}$$

En posant $A_0 = \lambda \cdot N_0$, qui n'est autre que l'activité à l'instant $t = 0$ (c'est-à-dire lors de la formation de l'échantillon) :

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

L'activité décroît donc exponentiellement, avec la *même* constante radioactive λ que le nombre de noyaux.

Q9 À partir des résultats de l'étude menée en 2010, déterminer la valeur de la masse de trinitite à partir de laquelle une demande de détention doit être effectuée en 2026. Commenter cette valeur.

Démarche suivie : (1) actualiser à 2026 l'activité massique mesurée en 2010, grâce à la loi de décroissance; (2) comparer au seuil d'exemption et en déduire la masse limite; (3) commenter.

Étape 1 — activité massique de la trinitite en 2026.

L'étude de 2010 donne l'activité du césium 137 contenu dans *un gramme* de trinitite : $a_{2010} = 48,3 \text{ Bq} \cdot \text{g}^{-1}$. Entre 2010 et 2026, il s'écoule :

$$\Delta t = 2026 - 2010 = 16 \text{ ans}$$

En appliquant la loi de décroissance établie à la question Q8 :

$$a_{2026} = a_{2010} \times e^{-\lambda \Delta t} = 48,3 \times e^{-0,0231 \times 16} = 48,3 \times 0,691$$

$$a_{2026} = 33 \text{ Bq} \cdot \text{g}^{-1}$$

Étape 2 — masse limite.

L'activité totale d'un échantillon de masse m vaut $A = a_{2026} \times m$. Pour qu'une *masse* limite existe, il faut comprendre le seuil de 10 Bq comme portant sur l'activité **totale** de la source détenue — l'activité massique, elle, ne dépend pas de la masse. Sous cette interprétation, la détention reste exemptée tant que :

$$a_{2026} \times m \leq 10 \quad \Rightarrow \quad m \leq \frac{10}{a_{2026}} = \frac{10}{33}$$

$m = 0,30 \text{ g}$: au-delà d'environ 0,30 g de trinitite, une demande de détention doit être effectuée.

Étape 3 — commentaire.

Cette masse est remarquablement faible : un simple éclat de trinitite d'un tiers de gramme — l'équivalent d'une dizaine de grains de riz — suffit à sortir du régime d'exemption. Détenir un



« souvenir » de l'essai Trinity n'est donc pas anodin sur le plan réglementaire.

Cela illustre la **longue persistance** du césium 137 : $t_{1/2} = 30$ ans, si bien qu'en 2026, 81 ans après l'essai de 1945, il en reste encore $e^{-0,0231 \times 81} \approx 15$ % de la quantité initialement formée.

Note du professeur

Question à prise d'initiative, dont l'énoncé est ambigu : le seuil de $10 \text{ Bq} \cdot \text{g}^{-1}$ est présenté comme une *activité massique*, grandeur qui ne dépend pas de la masse détenue. Lu ainsi littéralement, la trinitite ($33 \text{ Bq} \cdot \text{g}^{-1} > 10 \text{ Bq} \cdot \text{g}^{-1}$) ne serait exemptée pour *aucune* masse.

Puisque la question demande explicitement « la valeur de la masse », c'est la lecture retenue ci-dessus qui est attendue : le seuil de 10 Bq porte sur l'*activité totale* de la source détenue. Les deux lectures conduisent d'ailleurs à la même conclusion pratique — un très petit fragment suffit à imposer une déclaration. Signaler l'ambiguïté sur la copie ne peut que jouer en votre faveur.

Exercice 3 — L'astéroïde 2024 PT5 (6 points)

1. Mouvement autour de la Terre

Q1 Donner l'expression vectorielle de la force $\vec{F}_{T/L}$ exercée par la Terre sur la Lune.

D'après la loi de la gravitation universelle, la Terre (masse M_T) attire la Lune (masse M_L), leurs centres étant distants de $d_{T/L}$. Cette force est dirigée de la Lune *vers* la Terre, c'est-à-dire vers le centre de la trajectoire : elle est donc portée par le vecteur $\vec{u}_n$ du repère de Frenet (figure 1).

$$\vec{F}_{T/L} = G \frac{M_T \cdot M_L}{d_{T/L}^2} \vec{u}_n$$

Q2 En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que $v_L = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{d_{T/L}}}$.

Système : la Lune, de masse M_L , assimilée à son centre de masse L.

Référentiel : géocentrique, supposé galiléen.

Bilan des forces : seule la force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre.

D'après la deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = M_L \vec{a} \quad \Rightarrow \quad G \frac{M_T M_L}{d_{T/L}^2} \vec{u}_n = M_L \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = G \frac{M_T}{d_{T/L}^2} \vec{u}_n$$

Or, dans le repère de Frenet, pour un mouvement circulaire de rayon $d_{T/L}$:

$$\vec{a} = \frac{dv_L}{dt} \vec{u}_t + \frac{v_L^2}{d_{T/L}} \vec{u}_n$$

L'accélération ne possédant aucune composante selon $\vec{u}_t$, l'identification donne :

$$\frac{dv_L}{dt} = 0 \quad (\text{mouvement uniforme}) \quad \text{et} \quad \frac{v_L^2}{d_{T/L}} = G \frac{M_T}{d_{T/L}^2}$$



$$v_L^2 = \frac{G M_T}{d_{T/L}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_L = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{d_{T/L}}}}$$

Q3 Déterminer l'expression de la période de révolution T de la Lune, puis vérifier que l'on retrouve la troisième loi de Kepler.

Le mouvement étant circulaire uniforme, la Lune parcourt la circonférence $2\pi d_{T/L}$ à la vitesse constante v_L pendant une période T :

$$T = \frac{2\pi d_{T/L}}{v_L} = \frac{2\pi d_{T/L}}{\sqrt{\frac{G M_T}{d_{T/L}}}} = 2\pi d_{T/L} \times \sqrt{\frac{d_{T/L}}{G M_T}}$$

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{d_{T/L}^3}{G M_T}}}$$

En élevant au carré et en divisant par $d_{T/L}^3$:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 d_{T/L}^3}{G M_T} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{T^2}{d_{T/L}^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T}}$$

On retrouve bien la troisième loi de Kepler : le rapport $\frac{T^2}{d^3}$ ne dépend que de la masse de l'astre attracteur, et non des caractéristiques du satellite.

Q4 Calculer la valeur de la distance Terre-Lune $d_{T/L}$.

En isolant $d_{T/L}$ dans la relation précédente :

$$d_{T/L}^3 = \frac{G M_T T^2}{4\pi^2} \quad \Rightarrow \quad d_{T/L} = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}}$$

Conversion de la période : $T = 27,3$ jours $= 27,3 \times 24 \times 3600 = 2,36 \times 10^6$ s.

$$d_{T/L} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,972 \times 10^{24} \times (2,36 \times 10^6)^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{5,61 \times 10^{25}}$$

$$d_{T/L} = 3,83 \times 10^8 \text{ m} = 3,83 \times 10^5 \text{ km}$$

Cette valeur est cohérente avec la distance Terre-Lune communément admise (environ 384 000 km).



Q5 Calculer la valeur du rayon de la sphère de Hill de la Terre.

La relation fournie s'utilise avec $d_{T/S}$ exprimée en kilomètres, le rapport des masses étant sans dimension :

$$r_{\text{Hill}} = d_{T/S} \cdot \sqrt[3]{\frac{M_T}{3 \cdot M_S}} = 1,496 \times 10^8 \times \sqrt[3]{\frac{5,972 \times 10^{24}}{3 \times 1,989 \times 10^{30}}}$$

$$r_{\text{Hill}} = 1,496 \times 10^8 \times \sqrt[3]{1,001 \times 10^{-6}} = 1,496 \times 10^8 \times 1,000 \times 10^{-2}$$

$$r_{\text{Hill}} = 1,50 \times 10^6 \text{ km}$$

Q6 Indiquer si la Lune se situe dans la sphère de Hill de la Terre.

Comparons la distance Terre-Lune au rayon de la sphère de Hill :

$$d_{T/L} = 3,83 \times 10^5 \text{ km} < r_{\text{Hill}} = 1,50 \times 10^6 \text{ km}$$

La Lune est donc environ **4 fois plus proche** de la Terre que la limite de la sphère de Hill.

Oui, la Lune se situe bien à l'intérieur de la sphère de Hill de la Terre.

C'est cohérent : à cette distance, l'attraction terrestre domine l'attraction solaire, ce qui permet à la Lune d'être un satellite *permanent* de la Terre.

Q7 À l'aide de la figure 2 et des réponses précédentes, donner un argument permettant d'expliquer que l'astéroïde n'a jamais été capturé par la gravité de la Terre.

Étape 1 — convertir le rayon de la sphère de Hill en unités astronomiques.

Pour pouvoir comparer avec la figure 2, exprimons r_{Hill} dans la même unité, sachant que 1 au = $1,496 \times 10^8 \text{ km}$:

$$r_{\text{Hill}} = \frac{1,50 \times 10^6}{1,496 \times 10^8} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ au}$$

Étape 2 — lecture de la figure 2 sur la période concernée.

L'article évoque la période allant de *novembre 2024* à *janvier 2025*. Sur cette période, la courbe de la figure 2 montre que la distance Terre-astéroïde décroît d'environ 0,027 au (début novembre) à un minimum d'environ 0,012 au (début janvier).

Étape 3 — comparaison et conclusion.

$$d_{\text{astéroïde}} \geq 0,012 \text{ au} > r_{\text{Hill}} = 0,010 \text{ au}$$

Pendant toute cette période, l'astéroïde est resté à l'extérieur de la sphère de Hill de la Terre.

Or, hors de la sphère de Hill, c'est l'attraction gravitationnelle du **Soleil** qui domine celle



de la Terre. Pendant toute la période où l'article le décrit « en orbite autour de la Terre », l'astéroïde n'a donc jamais pu être satellisé : c'est bien ce qu'affirme le second article, « sans jamais être capturé par sa gravité ».

Précision : la figure 2 montre qu'en **août 2024** la distance est descendue jusqu'à environ 0,004 au, donc à l'intérieur de la sphère de Hill. Y pénétrer ne suffit cependant pas à être capturé : encore faut-il y rester, ce que dément la figure — l'astéroïde en est ressorti dès septembre 2024.

Note du professeur

La comparaison n'est possible qu'après avoir converti r_{Hill} en unités astronomiques : c'est l'étape qui rapporte les points. On remarquera que la marge est faible sur la période citée (0,012 contre 0,010 au) — d'où le titre accrocheur de « seconde Lune ».

2. Observation de l'astéroïde à l'œil nu

Q8 Montrer que la valeur de l'angle θ est égale à $1,9 \times 10^{-8}$ rad.

D'après la figure 3, l'objet AB (ici le diamètre de l'astéroïde, $d = 11$ m) est vu sous l'angle θ depuis la Terre, à la distance $d_{\text{A/T}}$. Dans le triangle rectangle correspondant :

$$\tan \theta = \frac{d}{d_{\text{A/T}}}$$

L'angle étant très petit, $\tan \theta \approx \theta$ (en radians). Avec $d_{\text{A/T}} = 5,67 \times 10^5 \text{ km} = 5,67 \times 10^8 \text{ m}$:

$$\theta = \frac{11}{5,67 \times 10^8}$$

$$\theta = 1,9 \times 10^{-8} \text{ rad} : \text{la valeur annoncée est bien vérifiée.}$$

Q9 En ne tenant compte que du pouvoir séparateur de l'œil, commenter la phrase de l'article : « une deuxième lune temporaire qu'on ne pourra malheureusement pas distinguer à l'œil nu ».

L'objet AB ne peut être vu distinctement à l'œil nu que si $\theta > \varepsilon$, où $\varepsilon = 3,0 \times 10^{-4}$ rad est le pouvoir séparateur de l'œil. Or :

$$\theta = 1,9 \times 10^{-8} \text{ rad} \ll \varepsilon = 3,0 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\frac{\varepsilon}{\theta} = \frac{3,0 \times 10^{-4}}{1,9 \times 10^{-8}} = 1,6 \times 10^4$$

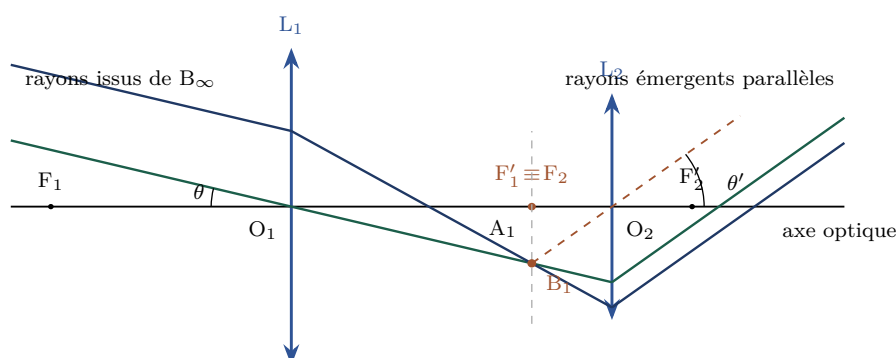
L'angle sous lequel l'astéroïde est vu est donc plus de **15 000 fois trop petit** pour que l'œil puisse en distinguer deux points diamétralement opposés.

L'affirmation de l'article est donc pleinement justifiée : l'astéroïde 2024 PT5 ne peut absolument pas être distingué à l'œil nu.



3. Observation de l'astéroïde avec une lunette astronomique

Q10 Sur le schéma de l'annexe 3, tracer la marche des deux rayons lumineux issus du point B , situé à l'infini, au travers de la lunette. Faire apparaître l'image intermédiaire A_1B_1 .



Construction.

1. Le point B étant à l'infini, les rayons qui en proviennent arrivent **parallèles entre eux**, inclinés de θ sur l'axe optique.
2. Le rayon passant par le centre optique O_1 n'est **pas dévié** : son intersection avec le **plan focal image** de L_1 donne le point B_1 . L'image intermédiaire A_1B_1 est donc située dans ce plan, avec $A_1 = F'_1$ sur l'axe.
3. Le second rayon, parallèle au premier, émerge de L_1 en passant lui aussi par B_1 .
4. F_2 étant confondu avec F'_1 (lunette afocale), B_1 est dans le plan focal objet de l'oculaire : les rayons en émergent **parallèles entre eux**, dans la direction donnée par le rayon de construction B_1O_2 (pointillé orange).

L'image définitive est à l'infini, vue sous l'angle $\theta' > \theta$.

Q11 Montrer que le grossissement de la lunette astronomique s'exprime par la relation $G = \frac{f'_1}{f'_2}$.

Notons A_1B_1 la taille de l'image intermédiaire.

Angle θ (objet vu à l'œil nu).

Dans le triangle rectangle $O_1A_1B_1$, avec $O_1A_1 = O_1F'_1 = f'_1$:

$$\tan \theta = \frac{A_1B_1}{f'_1}$$

Angle θ' (image vue à travers l'oculaire).

Le point B_1 étant dans le plan focal objet de L_2 , à la distance $A_1O_2 = f'_2$ de l'oculaire, le triangle rectangle $O_2A_1B_1$ donne :

$$\tan \theta' = \frac{A_1B_1}{f'_2}$$

Grossissement.



Les angles étant très petits, $\tan \theta \approx \theta$ et $\tan \theta' \approx \theta'$:

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{G = \frac{f'_1}{f'_2}}$$

La taille A_1B_1 de l'image intermédiaire se simplifie : le grossissement ne dépend que des deux distances focales.

Q12 Déterminer si la « Grande Lunette » de Meudon permet de distinguer deux points diamétralement opposés de l'astéroïde 2024 PT5.

Étape 1 — grossissement de la Grande Lunette.

Avec $f'_1 = 16 \text{ m}$ et $f'_2 = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$:

$$G = \frac{f'_1}{f'_2} = \frac{16}{0,04} = 4,0 \times 10^2$$

Étape 2 — angle sous lequel l'astéroïde est vu à travers la lunette.

$$\theta' = G \times \theta = 4,0 \times 10^2 \times 1,9 \times 10^{-8} = 7,6 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

Étape 3 — comparaison au pouvoir séparateur de l'œil.

Le critère à satisfaire est $\theta' > \varepsilon$. Or :

$$\theta' = 7,6 \times 10^{-6} \text{ rad} < \varepsilon = 3,0 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

Non : même avec la « Grande Lunette » de Meudon, on ne peut pas distinguer deux points diamétralement opposés de l'astéroïde 2024 PT5.

Pour aller plus loin. Le grossissement minimal nécessaire serait :

$$G_{\min} = \frac{\varepsilon}{\theta} = \frac{3,0 \times 10^{-4}}{1,9 \times 10^{-8}} = 1,6 \times 10^4$$

soit environ **40 fois** le grossissement de la plus grande lunette astronomique d'Europe. Cela confirme, de façon spectaculaire, à quel point cet astéroïde de 11 m est un objet difficile à observer : il n'a d'ailleurs été détecté qu'en août 2024, par des télescopes automatiques d'un tout autre type.



Récapitulatif des résultats numériques

Exercice 1. Base conjuguée : CO_3^{2-} ; HCO_3^- amphotère • $\text{pH} = 9,0$ entre 6,4 et 10,3 : HCO_3^- majoritaire • $m_f = 5,8 \times 10^{-3} \text{ g}$ • $V_E = 12,0 \text{ mL}$ • $n_1 = 6,0 \times 10^{-5} \text{ mol}$ • $m_{\text{exp}} = 7,3 \times 10^{-3} \text{ g}$, $u(m_{\text{exp}}) = 1,9 \times 10^{-4} \text{ g}$, $z \approx 7,9 > 2$: *non compatible* (ions carboxylate également titrés) • vert de bromocrésol, du bleu au jaune • $V_{\text{Vichy}} = 1,3 \text{ mL}$ • montage B • arôme de menthe • 8 groupes hydroxyle • $c \approx 96 \text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$ soit 9,6 g/100 mL : fabricant vérifié.

Exercice 2. 55 protons, 82 neutrons • ${}^{137}_{55}\text{Cs} \rightarrow {}^{137}_{56}\text{Ba} + {}^0_{-1}\text{e}$ • $t_{1/2} = 30 \text{ ans} \rightarrow \lambda = 2,3 \times 10^{-2} \text{ an}^{-1}$ • **pourcentage** = $100 \cdot n_p \cdot \exp(-0.0231 \cdot t)$ • $a_{2026} = 33 \text{ Bq}\cdot\text{g}^{-1}$, masse limite $\approx 0,30 \text{ g}$.

Exercice 3. $v_L = \sqrt{GM_T/d_{T/L}}$ • $d_{T/L} = 3,83 \times 10^5 \text{ km}$ • $r_{\text{Hill}} = 1,50 \times 10^6 \text{ km} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ au}$: la Lune est dedans, l'astéroïde ($\geq 0,012 \text{ au}$) toujours dehors • $\theta = 1,9 \times 10^{-8} \text{ rad} \ll \varepsilon = 3,0 \times 10^{-4} \text{ rad}$ • $G = 4,0 \times 10^2$, $\theta' = 7,6 \times 10^{-6} \text{ rad} < \varepsilon$: toujours indiscernable ($G_{\text{min}} = 1,6 \times 10^4$).

