

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL — SESSION 2026
Physique-Chimie — Enseignement de spécialité
AMÉRIQUE DU NORD — JOUR 2 (SUJET 26-PYCJ2AN1)

CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Rédaction conforme à une copie notée 20/20

Comment utiliser ce corrigé. Le texte contenu dans les **cadres bleus** correspond à ce qu'il faut effectivement écrire sur la copie : phrase d'introduction, formule littérale, application numérique, résultat avec unité et bon nombre de chiffres significatifs, puis conclusion. Les encadrés orange « Note du professeur » ne font pas partie de la copie : ce sont des conseils de méthode et des pièges à éviter.

Répartition des points : Exercice 1 — 11 points • Exercice 2 — 5 points • Exercice 3 — 4 points.
Durée : 3 h 30.

Corrigé non officiel, proposé par Génies des Sciences. Il ne s'agit pas du barème du jury.

**Exercice 1 — « J'ai froid aux pieds sur le carrelage, je préfère le parquet ! »
(11 points)**

1. Détermination de l'effusivité d'un matériau

Q.1 Montrer que l'effusivité s'exprime en $J \cdot K^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^{-1/2}$.

L'effusivité est définie par $E = \sqrt{\lambda \times c_v}$. Écrivons l'unité du produit $\lambda \times c_v$:

$$[\lambda] \times [c_v] = (J \cdot K^{-1} \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}) \times (J \cdot K^{-1} \cdot m^{-3}) = J^2 \cdot K^{-2} \cdot m^{-4} \cdot s^{-1}$$

Or prendre la racine carrée revient à élever à la puissance $\frac{1}{2}$, donc à diviser par 2 tous les exposants :

$$[E] = (J^2 \cdot K^{-2} \cdot m^{-4} \cdot s^{-1})^{1/2} = J^{2 \times \frac{1}{2}} \cdot K^{-2 \times \frac{1}{2}} \cdot m^{-4 \times \frac{1}{2}} \cdot s^{-1 \times \frac{1}{2}}$$

$$[E] = J \cdot K^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^{-1/2}$$

Q.2 Indiquer le sens dans lequel s'opère le transfert thermique entre le corps chaud et le corps froid.

Le transfert thermique s'effectue **spontanément du corps chaud vers le corps froid**, jusqu'à ce que l'équilibre thermique soit atteint.

Ici, le transfert a lieu du morceau de carrelage (39,7 °C) vers l'eau (25,4 °C).

C'est cohérent avec les températures relevées : l'eau se réchauffe (de 25,4 °C à 25,9 °C) tandis



que le carrelage se refroidit (de 39,7 °C à 25,9 °C).

Q.3 *Rappeler le premier principe de la thermodynamique, définir tous les termes et leurs unités, puis l'appliquer au système dans le calorimètre.*

Énoncé du premier principe. Pour un système fermé au repos, la variation d'énergie interne entre l'état initial et l'état final est égale à la somme du travail et du transfert thermique échangés avec le milieu extérieur :

$$\Delta U = W + Q$$

- ΔU : variation d'énergie interne du système, en joules (J) ;
- W : travail échangé avec l'extérieur, en joules (J) ;
- Q : transfert thermique échangé avec l'extérieur, en joules (J).

W et Q sont comptés positivement lorsqu'ils sont *reçus* par le système.

Application au système {eau + carrelage} dans le calorimètre. L'énoncé précise que l'on néglige tout travail et tout transfert thermique avec l'extérieur :

$$W = 0 \quad \text{et} \quad Q = 0 \quad \implies \quad \Delta U_{\text{système}} = 0$$

L'énergie interne étant une grandeur **extensive**, celle du système est la somme de celles de ses deux constituants :

$$\Delta U_{\text{système}} = \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{carrelage}} = 0$$

Autrement dit, toute l'énergie cédée par le carrelage est reçue par l'eau.

Q.4 *Montrer que la variation d'énergie interne de l'eau dans le calorimètre vaut $1,50 \times 10^3 \text{ J}$.*

L'eau est un système incompressible, donc $\Delta U_{\text{eau}} = C_{\text{eau}} \times \Delta T$ avec $C_{\text{eau}} = m_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}}$:

$$\Delta U_{\text{eau}} = m_{\text{eau}} c_{\text{eau}} (\theta_{\text{finale}} - \theta_{i,\text{eau}})$$

Avec $m_{\text{eau}} = 720 \text{ g} = 0,720 \text{ kg}$, et une variation de température $\Delta T = 25,9 - 25,4 = 0,5 \text{ °C} = 0,5 \text{ K}$:

$$\Delta U_{\text{eau}} = 0,720 \times 4,18 \times 10^3 \times 0,5$$

$$\Delta U_{\text{eau}} = 1,50 \times 10^3 \text{ J} : \text{la valeur annoncée est bien vérifiée.}$$

Cette valeur est **positive** : l'eau a bien *reçu* de l'énergie, conformément à la question Q.2.

Note du professeur

Une variation de température s'exprime indifféremment en °C ou en kelvins : $\Delta T = 0,5 \text{ °C} = 0,5 \text{ K}$, puisque les deux échelles diffèrent d'une constante. En revanche, une *température* doit être convertie ($T = \theta + 273$), ce que l'on fera à la partie 2.

Remarque de rigueur : l'écart $25,9 - 25,4 = 0,5$ n'a qu'un chiffre significatif, ce qui devrait limiter le résultat à $2 \times 10^3 \text{ J}$. L'énoncé impose toutefois d'écrire $1,50 \times 10^3 \text{ J}$: on suit donc l'énoncé, et cette valeur est celle que l'on réutilise à la question suivante (elle conduit bien aux



109 J·K⁻¹ annoncés).

Q.5 En déduire que la capacité thermique du morceau de carrelage vaut $C_{\text{carrelage}} = 109 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$.

D'après le premier principe appliqué à la question Q.3 :

$$\Delta U_{\text{carrelage}} = -\Delta U_{\text{eau}} = -1,50 \times 10^3 \text{ J}$$

Le carrelage étant lui aussi un système incompressible :

$$\Delta U_{\text{carrelage}} = C_{\text{carrelage}} (\theta_{\text{finale}} - \theta_{i,\text{carrelage}}) \quad \Rightarrow \quad C_{\text{carrelage}} = \frac{\Delta U_{\text{carrelage}}}{\theta_{\text{finale}} - \theta_{i,\text{carrelage}}}$$

$$C_{\text{carrelage}} = \frac{-1,50 \times 10^3}{25,9 - 39,7} = \frac{-1,50 \times 10^3}{-13,8}$$

$C_{\text{carrelage}} = 109 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$: la valeur annoncée est bien vérifiée.

Le résultat est positif, comme doit l'être toute capacité thermique : les deux signes négatifs se compensent (le carrelage *cède* de l'énergie et sa température *diminue*).

Q.6 Calculer la valeur de la capacité thermique volumique du carrelage $c_v \text{ carrelage}$.

Par définition, la capacité thermique volumique est le quotient de la capacité thermique du morceau par son volume :

$$c_v \text{ carrelage} = \frac{C_{\text{carrelage}}}{V} = \frac{109}{5,50 \times 10^{-5}}$$

$$c_v \text{ carrelage} = 1,98 \times 10^6 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$$

Q.7 Montrer que l'effusivité du carrelage vaut $E_{\text{carrelage}} = 1,60 \times 10^3 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1/2}$.

En appliquant la définition de l'effusivité, avec $\lambda_{\text{carrelage}} = 1,3 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$:

$$E_{\text{carrelage}} = \sqrt{\lambda_{\text{carrelage}} \times c_v \text{ carrelage}} = \sqrt{1,3 \times 1,98 \times 10^6} = \sqrt{2,57 \times 10^6}$$

$E_{\text{carrelage}} = 1,60 \times 10^3 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1/2}$: la valeur annoncée est bien vérifiée.



Q.8 Justifier la cohérence des valeurs d'effusivité des matériaux par rapport au texte d'introduction.

Comparons les deux effusivités déterminées expérimentalement :

$$E_{\text{carrelage}} = 1,60 \times 10^3 > E_{\text{bois}} = 0,476 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$$

$$\frac{E_{\text{carrelage}}}{E_{\text{bois}}} = \frac{1,60 \times 10^3}{0,476 \times 10^3} = 3,4$$

L'effusivité du carrelage est donc environ **3,4 fois plus grande** que celle du bois.

Or le texte d'introduction cite explicitement le **carrelage** comme exemple de matériau à forte effusivité (« un matériau absorbe rapidement de l'énergie thermique sans se réchauffer notablement en surface (*cas de la pierre, de l'acier, du carrelage*) ») et le **bois** comme exemple de matériau à faible effusivité (« le matériau se réchauffe très rapidement sur la surface de contact ... *comme c'est le cas pour le bois* »).

Les valeurs mesurées sont donc cohérentes avec le texte : celle du carrelage est bien nettement supérieure à celle du bois.

2. Mesure et calcul de la température de contact

Q.9 Exprimer la valeur de $T_{\text{mesure.SB}}$ en kelvin.

La conversion des degrés Celsius en kelvins s'écrit $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273$. Avec $\theta_{\text{mesure.SB}} = 28,3^{\circ}\text{C}$:

$$T_{\text{mesure.SB}} = 28,3 + 273$$

$$T_{\text{mesure.SB}} = 301,3 \text{ K}$$

L'incertitude-type associée à la mesure vaut $0,2^{\circ}\text{C}$, soit $0,2 \text{ K}$: on peut écrire $T_{\text{mesure.SB}} = (301,3 \pm 0,2) \text{ K}$.

Q.10 Calculer la valeur de la température de contact théorique $T_{\text{calcul.SB}}$ entre la poche de silicone et le bois.

Convertissons d'abord les températures initiales en kelvins :

$$T_{\text{silicone}} = 34,1 + 273 = 307,1 \text{ K} \quad \text{et} \quad T_{\text{bois}} = 19,6 + 273 = 292,6 \text{ K}$$

En appliquant la relation fournie avec A = silicone et B = bois :

$$T_{\text{calcul.SB}} = \frac{E_{\text{silicone}} T_{\text{silicone}} + E_{\text{bois}} T_{\text{bois}}}{E_{\text{silicone}} + E_{\text{bois}}}$$

$$T_{\text{calcul.SB}} = \frac{0,756 \times 10^3 \times 307,1 + 0,476 \times 10^3 \times 292,6}{0,756 \times 10^3 + 0,476 \times 10^3} = \frac{3,714 \times 10^5}{1,232 \times 10^3}$$

$$T_{\text{calcul.SB}} = 301,5 \text{ K}$$



Note du professeur

La température de contact est une *moyenne des températures initiales pondérée par les effusivités*. Elle est donc nécessairement comprise entre les deux températures initiales (292,6 K et 307,1 K) : c'est un bon contrôle de vraisemblance à faire avant de conclure.

Q.11 Comparer les températures de contact mesurées et calculées, et conclure.

Rassemblons les quatre valeurs :

Contact	T_{mesure} (K)	T_{calcul} (K)	$ T_{\text{mesure}} - T_{\text{calcul}} $ (K)
silicone-bois	301,3	301,5	0,2
silicone-carrelage	297,2	297,4	0,2

L'incertitude-type associée à chaque mesure de température vaut $u(T) = 0,2 \text{ }^{\circ}\text{C} = 0,2 \text{ K}$. Formons, pour chaque contact, le quotient qui permet de discuter l'accord entre une valeur mesurée et une valeur de référence :

$$\frac{|T_{\text{mesure}} - T_{\text{calcul}}|}{u(T)} = \frac{0,2}{0,2} = 1,0 \quad \text{dans les deux cas}$$

Ce quotient est **inférieur à 2** : l'écart entre la mesure et le calcul s'explique entièrement par l'incertitude de mesure.

Les valeurs mesurées et calculées sont en accord pour les deux couples de matériaux :
le modèle de la température de contact est validé par l'expérience.

Q.12 Expliquer les raisons de la sensation décrite dans le titre de l'exercice.

Démarche suivie : (1) comparer les températures de contact réellement atteintes dans les deux cas ; (2) expliquer cet écart par la relation donnant T_{calcul} ; (3) revenir à l'interprétation physique du texte d'introduction.

Étape 1 — les deux températures de contact.

Les deux sols sont à la *même* température initiale ($\approx 19,6 \text{ }^{\circ}\text{C}$), et le pied est dans les deux cas à $34,1 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Pourtant, les températures de contact mesurées diffèrent nettement :

$$\theta_{\text{contact, bois}} = 301,3 - 273 = 28,3 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad \text{contre} \quad \theta_{\text{contact, carrelage}} = 297,2 - 273 = 24,2 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

soit un écart de plus de $4 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

Étape 2 — explication par les effusivités.

La température de contact est une moyenne pondérée par les effusivités : c'est le matériau de plus *forte* effusivité qui « impose » sa température. Or :

$$E_{\text{carrelage}} = 1,60 \times 10^3 > E_{\text{silicone}} = 0,756 \times 10^3 > E_{\text{bois}} = 0,476 \times 10^3$$

- sur le **carrelage**, $E_{\text{carrelage}} > E_{\text{silicone}}$: c'est le sol, froid, qui l'emporte, et la température de contact se rapproche de la sienne ;
- sur le **bois**, $E_{\text{bois}} < E_{\text{silicone}}$: c'est cette fois le pied, chaud, qui l'emporte, et la température de contact reste proche de la sienne.



Étape 3 — interprétation physique.

Le carrelage, de forte effusivité, absorbe rapidement l'énergie thermique du pied *sans se réchauffer en surface* : le pied continue donc à lui céder de l'énergie et sa surface se refroidit fortement. Le bois, de faible effusivité, se réchauffe au contraire très vite au niveau de la surface de contact, et cesse alors de prendre de l'énergie au pied.

Les capteurs thermiques de la peau ne perçoivent pas la température du sol, mais la température de contact : celle-ci est bien plus basse sur le carrelage (24,2 °C) que sur le parquet (28,3 °C), d'où la sensation de froid sur le carrelage.

Note du professeur

L'erreur à éviter absolument : dire que « le carrelage est plus froid que le parquet ». L'énoncé précise dès la première ligne que *les températures des deux sols sont identiques*. Toute la question est là : ce n'est pas la température du sol qui est ressentie, mais la température de contact.

3. Transfert conducto-convectif

Q.13 Préciser quel transfert thermique supplémentaire, lié à la présence d'eau liquide, apparaît dans le thermostat par rapport aux matériaux solides utilisés précédemment.

Dans un solide (carrelage, bois), les particules ne peuvent pas se déplacer : le transfert thermique s'y fait uniquement par **conduction**, de proche en proche.

Dans un liquide, les particules peuvent au contraire se déplacer : un mode de transfert supplémentaire apparaît.

Le transfert supplémentaire est la convection : le déplacement de l'eau liquide transporte elle-même l'énergie thermique.

C'est la raison pour laquelle on parle ici d'un transfert « conducto-convectif » : les deux modes coexistent, d'où la loi de Newton utilisée dans la suite.

Q.14 Donner l'expression du transfert thermique Q en fonction du flux thermique ϕ pendant une durée très petite Δt .

Le flux thermique est l'énergie transférée par unité de temps : c'est une puissance, exprimée en watts.

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \boxed{Q = \phi \times \Delta t}$$

Cette relation n'est valable que pour une durée Δt très petite, pendant laquelle le flux ϕ peut être considéré comme constant — or il dépend ici de θ , qui varie au cours du temps.



Q.15 Montrer, par application du premier principe au silicone, que les variations de sa température vérifient $\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\tau} \theta = \frac{1}{\tau} \theta_T$, avec $\tau = \frac{C_{\text{silicone}}}{h_{\text{eau-silicone}} \times S}$.

Système : le silicone contenu dans la poche, de capacité thermique C_{silicone} .

Pendant une durée très petite Δt , sa température varie de $\Delta \theta$. Le premier principe, appliqué à ce système incompressible et en négligeant le travail, s'écrit :

$$\Delta U = Q \quad \text{avec} \quad \Delta U = C_{\text{silicone}} \times \Delta \theta$$

Le transfert thermique reçu par le silicone pendant Δt s'obtient par la question Q.14, en y reportant la loi de Newton :

$$Q = \phi \times \Delta t = h_{\text{eau-silicone}} \times S \times (\theta_T - \theta) \times \Delta t$$

En égalant les deux expressions :

$$C_{\text{silicone}} \Delta \theta = h_{\text{eau-silicone}} S (\theta_T - \theta) \Delta t \quad \implies \quad \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{h_{\text{eau-silicone}} S}{C_{\text{silicone}}} (\theta_T - \theta)$$

En faisant tendre Δt vers 0, le taux de variation devient la dérivée :

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{h_{\text{eau-silicone}} S}{C_{\text{silicone}}} (\theta_T - \theta)$$

On reconnaît le temps caractéristique $\tau = \frac{C_{\text{silicone}}}{h_{\text{eau-silicone}} \times S}$, c'est-à-dire $\frac{h_{\text{eau-silicone}} S}{C_{\text{silicone}}} = \frac{1}{\tau}$:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\tau} (\theta_T - \theta) = \frac{1}{\tau} \theta_T - \frac{1}{\tau} \theta$$

En regroupant les termes en θ dans le membre de gauche :

$$\boxed{\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\tau} \theta = \frac{1}{\tau} \theta_T}$$

Q.16 Comparer les deux courbes obtenues en annexe et commenter.

L'annexe présente, en fonction du temps, la température **mesurée** (croix) et la température **modélisée** (points gris) au centre de la poche de silicone.

Comparaison. Les deux séries de points sont **pratiquement superposées** sur toute la durée de l'acquisition (3 heures, soit $1,08 \times 10^4$ s) : elles partent toutes deux d'environ $11,6^\circ\text{C}$, décroissent de la même façon et atteignent la température du thermostat (0°C) vers $t \approx 6 \times 10^3$ s. Les écarts éventuels restent inférieurs à la taille des points.

Commentaire. La fonction du modèle, $\theta(t) = 11,6 e^{-t/(1,04 \times 10^3)} + 16,3 \times 10^{-3}$, est bien de la forme $\theta(t) = (\theta(0) - \theta_T) e^{-t/\tau} + \theta_T$ annoncée par l'énoncé, avec :

$$\theta(0) - \theta_T = 11,6^\circ\text{C} \quad \tau = 1,04 \times 10^3 \text{ s} \quad \theta_T = 16,3 \times 10^{-3} \approx 0^\circ\text{C}$$

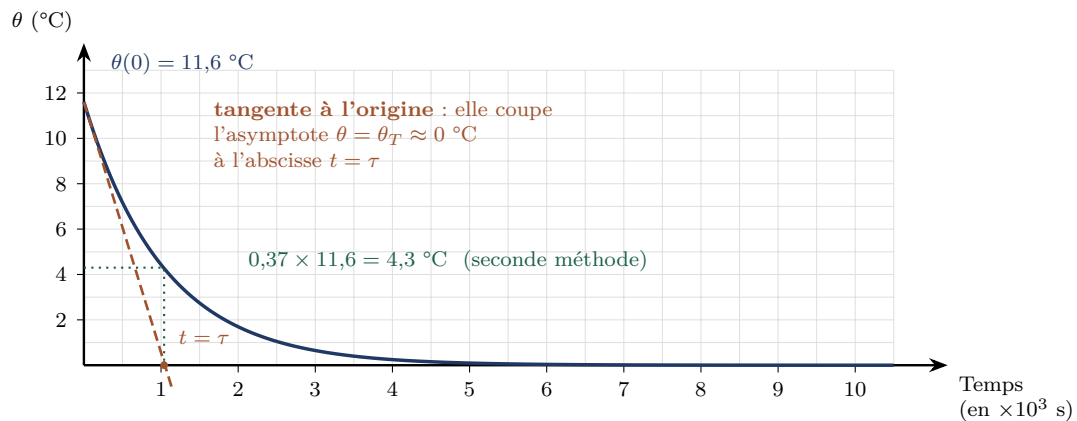
La valeur $\theta_T \approx 0^\circ\text{C}$ obtenue par la modélisation correspond exactement à la température du thermostat eau liquide/glace, ce qui est un excellent contrôle.



Le modèle du transfert conducto-convectif (loi de Newton) décrit très fidèlement l'expérience : il est validé.

Q.17 Déterminer la valeur du temps caractéristique τ par construction graphique sur l'annexe.

Méthode employée : tangente à l'origine. Pour une décroissance exponentielle, la tangente à la courbe à l'instant initial coupe l'asymptote horizontale $\theta = \theta_T$ à l'abscisse $t = \tau$. Ici $\theta_T \approx 0^\circ\text{C}$: l'asymptote se confond avec l'axe des abscisses.



En projetant sur l'axe des abscisses le point d'intersection de la tangente avec l'asymptote, on lit :

$$\tau \approx 1,0 \times 10^3 \text{ s}$$

Seconde méthode possible : à $t = \tau$, la température vaut $\theta(\tau) = 0,37 \times (\theta(0) - \theta_T) + \theta_T = 0,37 \times 11,6 = 4,3^\circ\text{C}$. On repère cette ordonnée sur la courbe et on lit l'abscisse correspondante : on retrouve $\tau \approx 1,0 \times 10^3 \text{ s}$.

Cette lecture graphique est cohérente avec la valeur $1,04 \times 10^3 \text{ s}$ figurant dans l'équation du modèle inscrite sur l'annexe.

Q.18 Calculer la valeur de $h_{\text{eau-silicone}}$, sachant que $C_{\text{silicone}} = 179 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$ et $S = 0,0172 \text{ m}^2$.

En isolant $h_{\text{eau-silicone}}$ dans l'expression du temps caractéristique établie à la question Q.15 :

$$\tau = \frac{C_{\text{silicone}}}{h_{\text{eau-silicone}} \times S} \quad \Rightarrow \quad h_{\text{eau-silicone}} = \frac{C_{\text{silicone}}}{\tau \times S}$$

$$h_{\text{eau-silicone}} = \frac{179}{1,0 \times 10^3 \times 0,0172} = \frac{179}{17,2} = 10,4$$

Le temps caractéristique ayant été lu avec 2 chiffres significatifs, le résultat s'écrit avec 2 chiffres significatifs :

$$h_{\text{eau-silicone}} = 1,0 \times 10^1 \text{ J}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$$



Q.19 Comparer les valeurs des deux coefficients conducto-convectifs et indiquer le fluide dans lequel le pied se refroidit le plus vite.

$$h_{\text{eau-silicone}} = 10 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \quad \text{et} \quad h_{\text{air-silicone}} = 3,51 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\frac{h_{\text{eau-silicone}}}{h_{\text{air-silicone}}} = \frac{10}{3,51} \approx 3$$

Le coefficient conducto-convectif avec l'eau est environ **3 fois plus grand** qu'avec l'air.

Or, comme le rappelle l'énoncé, « plus le coefficient de transfert conducto-convectif est grand, plus le flux sera important ». À écart de température égal, le pied cède donc environ 3 fois plus d'énergie par seconde dans l'eau que dans l'air.

Le pied se refroidit plus vite dans l'eau que dans l'air.

On peut le confirmer par le temps caractéristique, inversement proportionnel à h :

$$\tau_{\text{air}} = \frac{C_{\text{silicone}}}{h_{\text{air-silicone}} \times S} = \frac{179}{3,51 \times 0,0172} = 3,0 \times 10^3 \text{ s}$$

soit environ 3 fois plus long que dans l'eau ($1,0 \times 10^3 \text{ s}$) : le refroidissement dans l'air est bien 3 fois plus lent. C'est d'ailleurs l'expérience de chacun — on a beaucoup plus vite froid dans une eau à 20 °C que dans l'air à 20 °C.

Exercice 2 — HOPE, l'espoir du dihydrogène vert (5 points)

Q.1 Déterminer, en MW·h, l'énergie moyenne produite par l'éolienne chaque jour au mois de décembre 2023.

Le mois de décembre compte 31 jours. L'énergie moyenne produite par jour est donc le quotient de l'énergie totale par le nombre de jours :

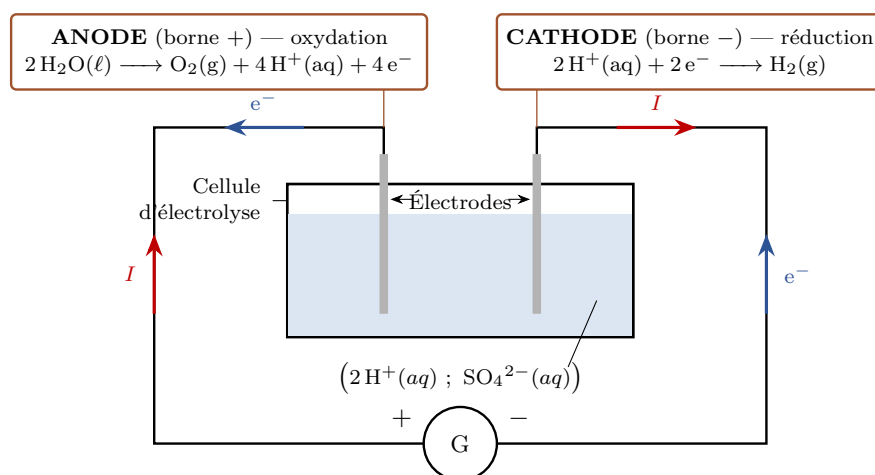
$$E_{\text{jour}} = \frac{E_{\text{décembre}}}{31} = \frac{922}{31}$$

$$E_{\text{jour}} = 29,7 \text{ MW} \cdot \text{h par jour}$$

Q.2 Compléter le document 2 de l'annexe en y faisant figurer le sens de circulation du courant électrique I et celui des électrons dans le circuit électrique.

Dans le circuit extérieur, le **courant électrique conventionnel** sort de la borne + du générateur, traverse les fils conducteurs et l'électrolyseur, puis revient par la borne -. Les **électrons**, porteurs de charge négative, circulent dans les fils en **sens inverse** du courant.





Courant I : de la borne + vers l'électrode de gauche, puis dans la solution vers l'électrode de droite, et retour à la borne –.
Électrons : en sens inverse dans les fils conducteurs.

Note du professeur

Point de méthode : le sens du courant est fixé par le générateur (il sort toujours par la borne +), et c'est lui qui détermine ensuite *quelle électrode est l'anode*. On raisonne donc toujours dans cet ordre : borne + → électrode reliée → les électrons y sont *arrachés* → il s'y produit une **oxydation** → c'est l'**anode**.

Moyen mnémotechnique : « **oxydation** à l'**anode**, **réduction** à la **cathode** » — valable aussi bien pour une pile que pour un électrolyseur.

Q.3 Écrire les demi-équations électroniques des deux couples d'oxydoréduction et associer à chaque électrode la demi-équation s'y produisant.

Demi-équations des deux couples.

— couple $\text{H}^+(\text{aq}) / \text{H}_2(\text{g})$: $2\text{H}^+(\text{aq}) + 2\text{e}^- = \text{H}_2(\text{g})$

— couple $\text{O}_2(\text{g}) / \text{H}_2\text{O}(\ell)$: $\text{O}_2(\text{g}) + 4\text{H}^+(\text{aq}) + 4\text{e}^- = 2\text{H}_2\text{O}(\ell)$

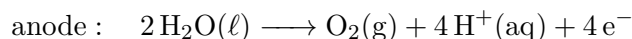
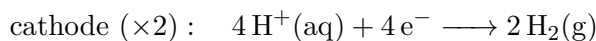
Attribution aux électrodes. À l'électrode reliée à la borne – du générateur, les électrons *arrivent* : ils sont donc consommés, il s'y produit une **réduction**. À l'électrode reliée à la borne +, les électrons sont au contraire *arrachés* : il s'y produit une **oxydation**.

Électrode reliée à la borne + (anode)	Électrode reliée à la borne – (cathode)
oxydation	réduction
$2\text{H}_2\text{O}(\ell) \longrightarrow \text{O}_2(\text{g}) + 4\text{H}^+(\text{aq}) + 4\text{e}^-$	$2\text{H}^+(\text{aq}) + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{H}_2(\text{g})$
dégagement de dioxygène	dégagement de dihydrogène

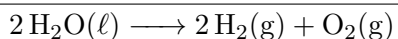


Q.4 En déduire l'équation de la réaction modélisant la transformation qui a lieu au sein de l'électrolyseur.

Les électrons produits à l'anode sont exactement ceux qui sont consommés à la cathode : il faut donc équilibrer leur nombre. On multiplie la demi-équation de réduction par 2 :



En additionnant membre à membre, les 4 électrons et les 4 ions H^+ se simplifient :



L'électrolyse réalise donc la **décomposition de l'eau** en dihydrogène et dioxygène.

Q.5 Exprimer en fonction de I , Δt et F la quantité de matière d'électrons échangés dans cet électrolyseur, puis calculer sa valeur.

La charge électrique transférée pendant la durée Δt vaut $Q = I \times \Delta t$. Comme une mole d'électrons transporte la charge F :

$$n(\text{e}^-) = \frac{Q}{F} = \frac{I \times \Delta t}{F}$$

Conversion des données : $I = 7,25 \text{ mA} = 7,25 \times 10^{-3} \text{ A}$ et $\Delta t = 6 \text{ min } 47 \text{ s} = 6 \times 60 + 47 = 407 \text{ s}$.

$$n(\text{e}^-) = \frac{7,25 \times 10^{-3} \times 407}{96\,500} = \frac{2,95}{96\,500}$$

$$n(\text{e}^-) = 3,06 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

Q.6 Montrer que la masse de dihydrogène produite vaut $3,06 \times 10^{-5} \text{ g}$ dans l'électrolyseur du laboratoire.

D'après la demi-équation se produisant à la cathode, $2 \text{H}^+(\text{aq}) + 2 \text{e}^- \longrightarrow \text{H}_2(\text{g})$, il faut **2 moles d'électrons pour former 1 mole de dihydrogène** :

$$n(\text{H}_2) = \frac{n(\text{e}^-)}{2} = \frac{3,06 \times 10^{-5}}{2} = 1,53 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

La masse molaire du dihydrogène vaut $M(\text{H}_2) = 2 \times M(\text{H}) = 2 \times 1,0 = 2,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, d'où :

$$m(\text{H}_2) = n(\text{H}_2) \times M(\text{H}_2) = 1,53 \times 10^{-5} \times 2,0$$

$$m(\text{H}_2) = 3,06 \times 10^{-5} \text{ g} : \text{la valeur annoncée est bien vérifiée.}$$



Note du professeur

Coïncidence trompeuse : la masse de dihydrogène en grammes ($3,06 \times 10^{-5}$ g) a la même valeur numérique que la quantité d'électrons en moles ($3,06 \times 10^{-5}$ mol). Ce n'est pas une erreur — c'est simplement parce que $M(\text{H}_2)/2 = 1,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$. Il faut malgré tout écrire les deux étapes du calcul : la division par 2, puis la multiplication par $M(\text{H}_2)$.

Q.7 Calculer l'énergie nécessaire, dans ces conditions, pour récupérer 400 kg de dihydrogène.

Démarche suivie : (1) calculer l'énergie électrique consommée par l'électrolyseur du laboratoire ; (2) en déduire l'énergie nécessaire par gramme de dihydrogène ; (3) extrapoler aux 400 kg visés.

Étape 1 — énergie consommée au laboratoire.

L'énergie électrique reçue par l'électrolyseur, soumis à la tension U et parcouru par l'intensité I pendant la durée Δt , vaut :

$$E_{\text{labo}} = U \times I \times \Delta t = 4,74 \times 7,25 \times 10^{-3} \times 407 = 14,0 \text{ J}$$

Étape 2 — énergie par gramme de dihydrogène.

Cette énergie a permis de produire $m = 3,06 \times 10^{-5}$ g de dihydrogène (question Q.6) :

$$\frac{E_{\text{labo}}}{m} = \frac{14,0}{3,06 \times 10^{-5}} = 4,58 \times 10^5 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}$$

Étape 3 — extrapolation à 400 kg.

Avec $m' = 400 \text{ kg} = 4,00 \times 10^5 \text{ g}$, et en supposant que l'électrolyseur industriel fonctionne avec la même efficacité que celui du laboratoire :

$$E = 4,58 \times 10^5 \times 4,00 \times 10^5$$

$$E = 1,83 \times 10^{11} \text{ J}$$

Convertissons en mégawattheures, sachant que $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3\,600 \text{ J}$:

$$E = \frac{1,83 \times 10^{11}}{3\,600} = 5,08 \times 10^7 \text{ W} \cdot \text{h} = 50,8 \text{ MW} \cdot \text{h}$$

Q.8 Vérifier si ce résultat est cohérent avec le résultat trouvé à la question Q.1. Commenter.

Comparons l'énergie nécessaire chaque jour à l'énergie disponible chaque jour :

$$E_{\text{nécessaire}} = 50,8 \text{ MW} \cdot \text{h} > E_{\text{jour}} = 29,7 \text{ MW} \cdot \text{h}$$

$$\frac{E_{\text{nécessaire}}}{E_{\text{jour}}} = \frac{50,8}{29,7} = 1,7$$

Le résultat n'est pas cohérent : l'éolienne ne produit pas assez d'énergie. Il en faudrait environ 1,7 fois plus pour atteindre les 400 kg de dihydrogène par jour.



Commentaire. Plusieurs remarques permettent de nuancer cette conclusion :

- le calcul de la question Q.7 suppose que l'installation industrielle a exactement la même efficacité que le petit électrolyseur du laboratoire. Or un électrolyseur industriel est optimisé : à quantité de dihydrogène égale, il consomme moins d'énergie. L'énergie réellement nécessaire est donc probablement plus faible que les 50,8 MW·h calculés ;
- l'énergie produite par l'éolienne varie fortement d'un mois à l'autre : la valeur de 922 MW·h ne concerne que le mois de décembre 2023. Décembre étant un mois généralement venteux, la moyenne annuelle serait plutôt *inférieure* — ce qui ne ferait qu'aggraver le constat ;
- pour atteindre l'objectif, on peut installer plusieurs éoliennes flottantes autour de la plateforme — c'est d'ailleurs le principe des parcs éoliens en mer.

Note du professeur

Question à prise d'initiative : le résultat compte moins que la démarche, qui doit être annoncée et structurée. Attention à comparer des grandeurs *comparables* : l'énergie de la question Q.7 est celle nécessaire pour produire 400 kg, c'est-à-dire la production espérée *par jour* — c'est donc bien à l'énergie *journalière* de la question Q.1 qu'il faut la comparer, et non aux 922 MW·h du mois entier.

Exercice 3 — La lessive de cendre (4 points)

1. Étude de l'ion carbonate

Q.1 Définir une espèce chimique basique selon Brönsted.

Selon Brönsted, une **base** est une espèce chimique capable de **capter (accepter) un ou plusieurs protons** H^+ au cours d'une transformation chimique.

(Par opposition, un acide de Brönsted est une espèce capable de céder un ou plusieurs protons H^+ .)

Q.2 Calculer la concentration en quantité de matière des ions carbonate dans la solution S.

Quantité de matière de carbonate de potassium dissous, avec $m = 3,0 \text{ g}$ et $M(\text{K}_2\text{CO}_3) = 138,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$:

$$n(\text{K}_2\text{CO}_3) = \frac{m}{M(\text{K}_2\text{CO}_3)} = \frac{3,0}{138,0} = 2,17 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

La dissolution du solide libère les ions selon $\text{K}_2\text{CO}_3(\text{s}) \longrightarrow 2 \text{K}^+(\text{aq}) + \text{CO}_3^{2-}(\text{aq})$: il se forme donc *une* mole d'ions carbonate par mole de solide dissous.

$$n(\text{CO}_3^{2-}) = n(\text{K}_2\text{CO}_3) = 2,17 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

La solution est préparée dans une fiole jaugée de $V = 100,0 \text{ mL} = 0,1000 \text{ L}$:

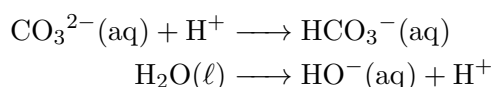
$$C = \frac{n(\text{CO}_3^{2-})}{V} = \frac{2,17 \times 10^{-2}}{0,1000}$$

$$C = 2,2 \times 10^{-1} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

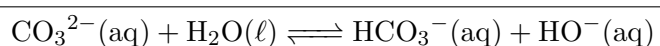


Q.3 Écrire et ajuster l'équation de la réaction acido-basique se produisant entre CO_3^{2-} et H_2O .

L'ion carbonate est la base du couple $\text{HCO}_3^-(\text{aq}) / \text{CO}_3^{2-}(\text{aq})$: il capte un proton.
L'eau joue ici le rôle d'acide, dans le couple $\text{H}_2\text{O}(\ell) / \text{HO}^-(\text{aq})$: elle cède un proton.



En additionnant ces deux demi-équations, le proton se simplifie :



Vérification de l'ajustement : conservation des éléments (C : $1 = 1$; O : $3+1 = 3+1$; H : $2 = 1+1$) et conservation de la charge ($-2 + 0 = -1 - 1$). ✓

Q.4 Le pH de la solution S est de 11,8. En déduire la concentration en ions hydroxyde HO^- dans S.

La concentration en ions oxonium se déduit du pH :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = c^\circ \times 10^{-\text{pH}} = 10^{-11,8} = 1,58 \times 10^{-12} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Le produit ionique de l'eau relie les deux concentrations :

$$K_e = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{HO}^-]}{(c^\circ)^2} \implies [\text{HO}^-] = \frac{K_e (c^\circ)^2}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \frac{1,0 \times 10^{-14}}{1,58 \times 10^{-12}}$$

$$[\text{HO}^-] = 6,3 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Méthode équivalente : $\text{pOH} = \text{p}K_e - \text{pH} = 14,0 - 11,8 = 2,2$, d'où $[\text{HO}^-] = 10^{-2,2} = 6,3 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Q.5 Comparer la concentration en ions hydroxyde à la concentration apportée en ions carbonate. En déduire que l'ion carbonate est une base faible.

Formons le quotient des deux concentrations :

$$\frac{[\text{HO}^-]}{C} = \frac{6,3 \times 10^{-3}}{2,2 \times 10^{-1}} = 2,9 \times 10^{-2} \quad \text{soit environ } 2,9 \%$$

$$[\text{HO}^-] = 6,3 \times 10^{-3} \ll C = 2,2 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

D'après le tableau d'avancement de la réaction de la question Q.3, chaque ion carbonate ayant réagi produit un ion hydroxyde. Le quotient $[\text{HO}^-]/C$ représente donc le **taux d'avancement final** de la réaction : seuls environ **3 % des ions carbonate** introduits ont effectivement réagi avec l'eau.

Si l'ion carbonate était une base *forte*, sa réaction avec l'eau serait totale et l'on aurait $[\text{HO}^-] = C$. Ce n'est manifestement pas le cas : la transformation est très limitée.



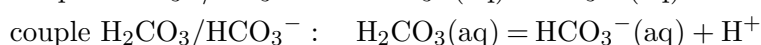
L'ion carbonate est donc une base faible.

Par conséquent, plus de 97 % des ions carbonate restent sous la forme CO_3^{2-} en solution (l'ion HCO_3^- formé demeure minoritaire) : on peut légitimement assimiler la lessive de cendre à une simple solution d'ions carbonate.

2. Titration des espèces basiques contenues dans la lessive de cendre

Q.6 Écrire les demi-équations des couples mettant en jeu les ions carbonate et celui de l'eau, et justifier l'équation support de la réaction de titrage.

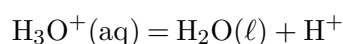
Demi-équations des couples mettant en jeu les ions carbonate :



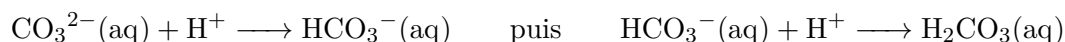
Demi-équation du couple de l'eau $\text{H}_2\text{O}(\ell) / \text{HO}^-(\text{aq})$:



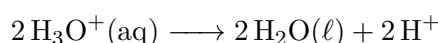
Demi-équation du couple réellement mis en jeu par le titrant. La solution titrante est de l'acide chlorhydrique : elle apporte des ions oxonium, qui *cèdent* des protons. C'est donc le couple $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}) / \text{H}_2\text{O}(\ell)$ qui intervient dans la réaction de titrage :



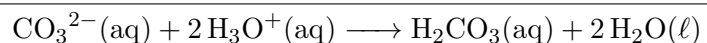
Justification de l'équation de titrage. L'ion carbonate capte *successivement* deux protons pour se transformer en H_2CO_3 :



Ces deux protons sont cédés par deux ions oxonium :



En additionnant l'ensemble, les protons se simplifient :



Vérification : conservation des éléments (C : $1 = 1$; O : $3 + 2 = 3 + 2$; H : $6 = 2 + 4$) et de la charge ($-2 + 2 = 0$). ✓

Note du professeur

L'énoncé demande la demi-équation du couple $\text{H}_2\text{O}(\text{aq}) / \text{HO}^-(\text{aq})$, mais c'est le couple $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}) / \text{H}_2\text{O}(\ell)$ qui intervient réellement dans la réaction de titrage : le titrant est un *acide* (l'acide chlorhydrique), il cède des protons. C'est d'ailleurs le seul couple compatible avec l'équation que l'énoncé demande ensuite de justifier, où l'on voit H_3O^+ se transformer en H_2O . Il s'agit vraisemblablement d'une coquille du sujet.

La stratégie la plus sûre est celle adoptée ici : écrire *les deux* demi-équations — celle qui est littéralement demandée, puis celle qui est effectivement utilisée — en précisant en une



phrase pourquoi c'est la seconde qui intervient. On satisfait ainsi le barème quelle que soit sa rédaction.

Q.7 Déterminer la valeur de la concentration en quantité de matière en ions carbonate de la lessive de cendre S_0 .

Démarche suivie : (1) exploiter la relation à l'équivalence, en tenant compte des nombres stœchiométriques ; (2) remonter de la solution diluée S_1 à la lessive S_0 grâce au facteur de dilution.

Étape 1 — concentration de la solution diluée S_1 .

D'après l'équation de titrage établie à la question Q.6, **2 moles d'ions oxonium** sont nécessaires pour faire réagir **1 mole d'ions carbonate**. À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques :

$$\frac{n(\text{H}_3\text{O}^+)_{\text{versé}}}{2} = \frac{n(\text{CO}_3^{2-})_{\text{titré}}}{1} \quad \Rightarrow \quad c_A \times V_{\text{eq}} = 2 \times C_1 \times V_1$$

$$C_1 = \frac{c_A \times V_{\text{eq}}}{2 V_1} = \frac{5,00 \times 10^{-3} \times 17,0}{2 \times 10,0} = 4,25 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Étape 2 — concentration de la lessive S_0 .

La solution S_1 a été obtenue par une dilution par 10 de S_0 : la concentration de S_0 est donc dix fois plus grande.

$$C_0 = 10 \times C_1 = 10 \times 4,25 \times 10^{-3}$$

$$C_0 = 4,25 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Note du professeur

Le facteur 2 est ici l'unique difficulté, et c'est lui qui rapporte les points : les nombres stœchiométriques de CO_3^{2-} et de H_3O^+ dans l'équation de titrage valent respectivement 1 et 2. Écrire naïvement $c_A V_{\text{eq}} = C_1 V_1$ conduirait à un résultat deux fois trop grand.

Q.8 Déterminer un encadrement du volume de lessive de cendre à introduire dans la machine à laver pour répondre aux préconisations de l'étiquette. Commenter.

Étape 1 — quantité d'espèces basiques préconisée.

Les mesures qualifient l'eau de **dure**. D'après le tableau de l'étiquette, il faut introduire, pour 5 kg de linge, une quantité d'espèces chimiques basiques comprise entre :

$$6,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \quad \text{et} \quad 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

Étape 2 — volume de lessive de cendre correspondant.

D'après la question Q.5, l'espèce basique de la lessive de cendre est l'ion carbonate, de concentration $C_0 = 4,25 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. La quantité apportée par un volume V vaut $n = C_0 \times V$,



d'où $V = \frac{n}{C_0}$:

$$V_{\min} = \frac{6,0 \times 10^{-3}}{4,25 \times 10^{-2}} = 0,14 \text{ L} = 1,4 \times 10^2 \text{ mL}$$

$$V_{\max} = \frac{1,0 \times 10^{-2}}{4,25 \times 10^{-2}} = 0,24 \text{ L} = 2,4 \times 10^2 \text{ mL}$$

$$1,4 \times 10^2 \text{ mL} \leq V \leq 2,4 \times 10^2 \text{ mL}$$

(soit environ de 140 mL à 240 mL de lessive de cendre)

Étape 3 — commentaire.

Pour une lessive *commerciale*, l'énoncé indique un volume compris entre 50 et 150 mL. Il faut donc verser **nettement plus** de lessive de cendre — environ deux fois plus — pour apporter la même quantité d'espèces basiques.

C'est cohérent : la lessive de cendre est obtenue par simple trempage de cendres dans l'eau, sans étape de concentration ; elle est donc moins concentrée en espèces basiques qu'un produit industriel.

Le résultat reste néanmoins tout à fait praticable au quotidien : verser environ 200 mL de lessive de cendre à chaque machine ne pose aucune difficulté — il faut simplement en préparer davantage, ce qui reste peu coûteux puisque la matière première est un déchet de combustion.

Récapitulatif des résultats numériques

Exercice 1. $[E] = \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$ • $\Delta U_{\text{eau}} = 1,50 \times 10^3 \text{ J}$ • $C_{\text{carrelage}} = 109 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ • $c_v = 1,98 \times 10^6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$ • $E_{\text{carrelage}} = 1,60 \times 10^3$ (soit $3,4 \times E_{\text{bois}}$) • $T_{\text{mesure.SB}} = 301,3 \text{ K}$, $T_{\text{calcul.SB}} = 301,5 \text{ K}$ (quotient = $1,0 < 2$: accord) • $\tau = 1,0 \times 10^3 \text{ s}$ • $h_{\text{eau-silicone}} = 10 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$, soit $\approx 3 \times h_{\text{air-silicone}}$: refroidissement 3 fois plus rapide dans l'eau.

Exercice 2. $E_{\text{jour}} = 29,7 \text{ MW} \cdot \text{h}$ • anode : $2 \text{ H}_2\text{O} \longrightarrow \text{O}_2 + 4 \text{ H}^+ + 4 \text{ e}^-$; cathode : $2 \text{ H}^+ + 2 \text{ e}^- \longrightarrow \text{H}_2$ • bilan : $2 \text{ H}_2\text{O} \longrightarrow 2 \text{ H}_2 + \text{O}_2$ • $n(\text{e}^-) = 3,06 \times 10^{-5} \text{ mol}$ • $m(\text{H}_2) = 3,06 \times 10^{-5} \text{ g}$ • $E = 1,83 \times 10^{11} \text{ J}$ = $50,8 \text{ MW} \cdot \text{h} > 29,7 \text{ MW} \cdot \text{h}$: l'éolienne seule ne suffit pas (facteur 1,7).

Exercice 3. $C = 2,2 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ • $[\text{HO}^-] = 6,3 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ • taux d'avancement $\approx 3 \%$: base faible • $C_0 = 4,25 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ • $1,4 \times 10^2 \text{ mL} \leq V \leq 2,4 \times 10^2 \text{ mL}$, soit environ le double du volume d'une lessive commerciale.

